Структурирование содержания математических и естественнонаучных знаний как фактор формирования универсальных компетенций в педагогическом образовании

@ 2019 Ярахмедов Г. А.

Дагестанский государственный педагогический университет,
Махачкала, Россия; e-mail: Yari.85@mail.ru

РЕЗЮМЕ. Цель – выделением базисных единичных элементов, структурных единиц и категориальных признаков в структурах математического и естественнонаучного знания построить образовательный процесс по определенным логическим схемам, способствующим эффективному отбору содержания образования и формированию универсальных компетенций. **Методы.** Анализ структур знаний различных предметных областей, синтез сложных структур из структурных единиц и аналогия действий по определенным логическим схемам. **Результат.** Предложена методика выявления структурных единиц в различных предметных областях знания, позволяющая обнаруживать сходство процессов построения с их помощью более сложных объектов и понятий. **Вывод.** Обобщение научных понятий на основе родственных понятий междисциплинарного содержания, отбор и структурирование содержания образования происходит по изоморфным логическим схемам. Количественные характеристики структурных единиц любого химического или биологического вещества и структурных единиц математического знания имеют сходные модели представления.

Ключевые слова: концептуализация, категоризация, компетенция, единичный элемент, структурная единица, клетка, атом, логическая схема, векторное пространство, атомная единица массы.

Формат цитирования: Ярахмедов Г. А. Структурирование содержания математических и естественнонаучных знаний как фактор формирования универсальных компетенций в педагогическом образовании // Известия Дагестанского государственного педагогического университета. Психолого-педагогические науки. 2019. Т. 13. № 1. С. 86-91. DOI: 10.31161/1995-0659-2019-13-1-86-91

Structuring the Content of Mathematical and Natural-Science Knowledge as a Factor of Formation the Universal Competences in Pedagogical Education

@ 2019 Gadzhiakhmed A. Yarahmedov

Dagestan State Pedagogical University,
Makhachkala, Russia; e-mail: Yari.85@mail.ru

Abstract. The aim of the article is by isolation the basic single elements, structural units and categorical features in the structures of mathematical and natural-science knowledge to build an educational process according to certain logical schemes that contribute to the effective selection of educational content and the formation of universal competencies. **Methods.** Analysis of knowledge structures of various subject areas, the synthesis of complex structures from structural units and the analogy of actions according to certain logical schemes. **Result.** A technique is proposed for identifying structural units in various subject areas of knowledge, which allows to detect the similarity of building processes with their help of more complex objects and concepts. **Conclusion.** Generalization of scientific concepts on the basis of related concepts of

interdisciplinary content, the selection and structuring of the content of education takes place according to isomorphic logical schemes. The quantitative characteristics of the structural units of any chemical or biological substance and the structural units of mathematical knowledge have similar models of representation.

Keywords: conceptualization, categorization, competence, single element, structural unit, cell, atom, logical scheme, vector space, atomic unit of mass.

For citation: Yarakhmedov G. A. Structuring the Content of Mathematical and Natural-Science Knowledge as a Factor of Formation the Universal Competences in Pedagogical Education. Dagestan State Pedagogical University. Journal. Psychological and Pedagogical Sciences. 2019. Vol. 13. No. 1. Pp. 86-91. DOI: 10.31161/1995-0659-2019-13-1-86-91 (In Russian)

Введение

Процесс структуризации знаний и возникновения разных структур представления знаний из неких минимальных концептуальных единиц тесно связан с двумя взаимно дополняющими процессами – концептуализацией и категоризацией знаний. Первый из них нацелен на выделение неких единиц человеческого опыта в их идеальном содержательном представлении, а второй процесс нацелен на объединение единиц, проявляющих в том или ином отношении сходства. Рассмотрим, как единство этих процессов способствует классификации категориальных признаков понятий и структур различных предметных областей знания.

В работе [3] аналогией действий, были выявлены наиболее общие (категориальные) семантико-синтаксические признаки структур алфавитов различных языков, позволяющие глубоко осмыслить фонетические и лингвистические основы современных языков с точки зрения их применения для построения программных языков в информатике и анализа структур текстов в математической лингвистике. Оказывается, подобно тому, как из букв и элементарных иероглифов строятся слова и предложения посредством определенных семантико-синтаксических правил, аналогичным образом из базисных единичных элементов и структурных единиц строятся молекулы и молекулярные соединения живой и неживой природы с учетом особенностей взаимодействий, определяемых ковалентной, ионной и водородной связями. Обнаруживается

сходство (изоморфизм) логических схем, на основе которых из базовых элементов данной предметной области конструируются сложные понятия и объекты как естественных, так и математических наук. Такой подход к анализу содержания образования различных курсов, на наш взгляд, способствует формированию универсальных и общепрофессиональных компетенций, заявленных в Федеральном государственном образовательном стандарте высшего образования (ФГОС ВО, Приложение к приказу Министерства образования и науки РФ от 22 февраля 2018 г.).

Цель статьи – выявление категориальных признаков в структурах математического и естественнонаучного знания и выделение логических, комбинаторных и аксиоматических схем, на основе которых строятся более сложные структуры различных предметных областей знания, способствующие формированию универсальных учебных действий и универсальных компетенций.

Методы исследования: анализ структур естественных и математических наук с целью выявления минимальных структур предметных областей, синтез сложных структур из структурных единиц в естественных науках по аналогии со структурами математического знания.

Результаты и обсуждение

Как известно, клетка представляет собой наименьшую структурную и функциональную единицу всего живого в мире, а цитоплазма, ядро и митохондрии являются ее базисными единичными элементами. Соответственно, атом является наименьшей структурной единицей

материи, а электроны, ядро и электромагнитное поле его базисными единичными элементами. Здесь цитоплазма и электромагнитное поле играют роль ключевых элементов, обеспечивающих взаимодействие базисных элементов, в результате которого и возникает структурная единица. Проследим за эволюцией структурных единиц в естественных науках.

Из курса общей биологии известно [2], что только четыре класса органических веществ имеют всеобщее биологическое значение: белки, нуклеиновые кислоты, углеводы и липиды (жиры). Все органические вещества в основном состоят из четырех базовых единичных элементов: водорода (H), кислорода (O), углерода (C) и азота (N). Другими словами, алфавит языка органических веществ состоит всего из четырех символов H, O, C, N. Белки, как важнейшие функциональные элементы всех живых существ, представляют собой макромолекулы, состоящие из структурных блоков аминокислот. Оказывается, все белки состоят в основном из 20 протеиногенных аминокислот, и при этом молекула аминокислоты обладает одновременно аминогруппой ($-NH_2$) и карбоксильной группой ($-COOH$). Аналогичную структуру математического объекта мы обнаружим ниже (например, линейного векторного пространства). Следует отметить, что для структур белков характерна иерархичность: первичная структура белков определяется генетической информацией, подобно тому, как базовые единичные элементы (буквы), взаимодействуя между собой, порождают минимальные единицы языка (фонемы, морфемы, слоги, простые иероглифы); вторичная структура возникает в результате образования водородных связей между CO и NH_2 группами двух пептидных связей внутри одной полипептидной цепи или между двумя полипептидными цепями, подобно тому, как из двух или нескольких слогов по определенным правилам лексики образуют коренные слова; третичная структура стабилизируется ковалентными и ионными

связями между различными цепями аминокислот, подобно тому, как присоединением префиксов, суффиксов, аффиксов к корню образуют новые слова; четвертичная структура несколько одинаковых или различных полипептидных цепей (слов) объединяют в одно целое – олигомер, подобно тому, как по правилам синтаксиса из нескольких слов образует предложение.

Углеводы, как резервный и структурный материал, представляются структурными единицами в виде моносахаридов ($C_nH_{2n}O_n$), дисахаридов и полисахаридов. Жиры, в свою очередь, как запасные вещества в организме, представляются структурными единицами в виде молекул глицерина и жирной кислоты.

Итак, в общем случае, развитие живого организма происходит по схеме: базисные единичные элементы – клетка – структурный блок (молекула) – молекулярные соединения – ткани – органы – организм.

Проведем соответствующую аналогию в структуре математического знания. Базисными элементами в онтологии математики являются числа, точки и отображения (операции, действия). Первые из них являются атрибутами арифметики (алгебры), а вторые – атрибутами геометрии, их взаимодействия определяют ту или иную математическую структуру. Так, упорядоченная пара точек (или чисел) определяет вектор – минимальная единица линейного векторного пространства. Операции сложения и умножения вектора на число, подчиненные определенным условиям, образуют разные структуры. В первом случае, если сложение векторов ассоциативно, то множество векторов представляет собой полугруппу – структурную единицу. При условии существования противоположного и нулевого элементов структура становится коммутативной группой. Во втором случае, если умножение вектора на число удовлетворяет определенным условиям, то получим другую структурную единицу, называемую модулем. Синтез этих структур определяет линейное векторное

пространство, играющее фундаментальную роль в математическом знании. Нетрудно заметить сходство логических схем построения структур белков и линейного векторного пространства. Аналогичны схемы линейного арифметического пространства, линейного матричного пространства и линейного пространства функций. Разница только в именах опорных множеств, на которых определяются эти методические объекты. Комбинируя различные структуры по определенным логическим схемам, получим новые, более сложные, структуры. Конструирование новых методических объектов в математике обеспечивается законами коммутативности, ассоциативности и дистрибутивности. Аналогичную роль в естественных науках играет ковалентная, ионная и водородная связь. Более того, указанной выше схеме развития живого организма соответствует схема развития математического знания. Для знания алгебраических структур имеем схему: числа – полугруппа (модуль) – полукольцо (кольцо, поле) – упорядоченное множество (упорядоченное полукольцо, кольцо, поле). Аналогичную схему знания имеем и для геометрических структур. Эта схема имеет вид: точки – фигура (прямая, плоскость и т. д.) – вектор – алгебра векторов (алгебра фигур) – линейное векторное пространство (топологическое пространство).

Далее, аналогии наблюдаются и в химических соединениях материи в целом. В качестве базисных единиц материи выступают элементы периодической системы Д. И. Менделеева. Объединяя все элементы периодической системы в виде таблицы, Д. И. Менделеев пришел к заключению, что в основу систематики элементов должна быть положена их относительная атомная масса. С возрастанием атомных масс сходные в химическом отношении элементы встречаются через правильные интервалы. Поэтому вся таблица состоит из 10 горизонтальных рядов и восьми вертикальных столбцов, или групп, в которых один под другим размещены

сходные между собой элементы. Свойства элементов такой системы формулируются в виде закона: строение и свойства элементов и их соединений находятся в периодической зависимости от заряда ядра атомов, и определяются периодически повторяющимися однотипами электронными конфигурациями их атомов [1]. В определенном смысле, таблица Менделеева аналогична реляционной таблице базы данных, в которой строки определяются как кортежи, столбцы – как атрибуты (признаки, свойства), а ее элементы – как поля. В этом случае также из простых термов с помощью теоретико-множественных операций можно образовывать сложные термы, которые исследуются методами реляционной алгебры. Это означает, что химические или биологические структуры и структуры математики имеют сходную категориальную основу и строятся по одной и той же логической схеме.

Кроме структурных единиц в указанных выше системах выделим и числовые инварианты, характеризующие единство качества и количества, обеспечивающие целостность системы. Базисной единицей меры вещества служит атомная единица массы, определяемая как $1/12$ массы изотопа углерода $^{12}_6\text{C}$, равная $1,66 \times 10^{-27}$ кг. Тогда относительную атомную массу элемента A_r определяют как отношение средней массы атома при его природном изотопном состоянии к одной атомной единице массы (1 а.е.м.). Это означает, что A_r – безразмерная величина, и именно эти величины и указаны рядом с химическими элементами в периодической таблице Д. И. Менделеева. Подобным образом в единичном круге для прямоугольного треугольника определяются тригонометрические функции как относительные длины катетов и их отношений. Фундаментальная их связь определяется равенством $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ (теорема Пифагора или основное тригонометрическое тождество).

Как известно, любое вещество состоит из определенных структурных единиц. Например, поваренная соль, хлорид натрия

состоит из условных молекул кристаллического вещества NaCl, газ метан – из отдельных молекул CH_4 . Такие структурные единицы в химии принято называть формульными единицами (ФЕ). Важнейшими количественными характеристиками вещества являются количество вещества, моль и молекулярная масса. Количество вещества (n_B) – это физическая величина, указывающая на число формульных единиц вещества относительно постоянной Авогадро, т. е. $n_B = \frac{N_{ФЕ}}{N_A}$, где $N_{ФЕ}$ – число частиц вещества (В), $N_A = 6,02 \times 10^{23}$ – число Авогадро. Отсюда следует, что атомная единица массы связана с числом Авогадро равенством 1 а.е.м. $\times N_A = 1$ г. Тем самым мы имеем одно из фундаментальных равенств химии – аналог основного тригонометрического тождества в математике. Из этого равенства следует, что число Авогадро представляет собой количество атомных единиц массы в 1 грамме вещества. Тогда молекулярная масса вещества, выраженная в граммах на моль, имеет то же численное значение, что и его относительная молекулярная (атомная) масса. Например, углерод имеет массу 12 а.е.м., поэтому 1 моль углерода весит 12 грамм.

Обнаружим аналогичное числовое равенство для более общей структуры, такой, как «общество людей». В такой структуре базисными единичными элементами являются люди, и одним из основных признаков существования этой структуры является «свобода». Различаются 3 типа свободы: личная свобода (ЛС), системная свобода (СС), взаимная свобода (ВС). В таком разделении свободы имеем очевидное равенство $(ЛС) + (ВС) = (СС)$. Присваивая этим величинам числовые значения и разделив обе части этого равенства на значение (СС), получим $\frac{(ЛС)}{(СС)} + \frac{(ВС)}{(СС)} = 1$, т. е. в любом обществе сумма относительной личной свободы и

относительной взаимной свободы должна равняться 1. Это и есть основное функциональное равенство устойчивого развития общества в целом.

Итак, между выделенными выше алгебраическими, геометрическими, биологическими, химическими и социальными структурами наблюдается сходство логических схем построения более сложных объектов и понятий с помощью структурных единиц данных предметных областей.

Выводы

Установлены фундаментальные связи количественных характеристик структурных единиц любого вещества, которые определяют основные принципы и правила построения более сложных структур и дальнейшую познавательную стратегию образовательной деятельности. Выявлены логические схемы обобщения научных понятий на основе родственных понятий междисциплинарного и метапредметного содержания, способствующие формированию у студентов универсальных учебных действий и универсальных компетенций. Математическое моделирование процессов и объектов становится эффективным средством познания мира и восприятия явлений природы и общества. Происходит понимание закономерностей фундаментальных связей базовых понятий различных предметных областей и достижение метапредметных образовательных результатов, обеспечивающих непрерывность образовательного процесса при изучении различных предметов и способствующих самостоятельному усвоению новых знаний, саморазвитию личности. Выявлением базовых понятий и структурных единиц различных дисциплин, по определенным логическим схемам, аналогией действий, производят отбор и структурирование содержания образования.

1. Глинка Н. Л. Общая химия: учебное пособие для вузов. М. : Интеграл-Пресс, 2004. 728 с.

2. Гюнтер Э. Основы общей биологии. М. : Мир, 1982. 440 с.

3. Ярахмедов Г. А. Культурологический аспект в комплексном обучении математике в вузе // Известия Дагестанского государственного педагогического университета. Психолого-педагогические науки. 2018. № 2(12). С. 98-103.

References

1. Glinka N. L. *Obschaya khimiya: uchebnoe posobie dlya vuzov* [General chemistry: a textbook for universities]. Moscow, Integral-Press Publ., 2004. 728 p. (In Russian)

2. Gyunter E. *Osnovy obschey biologii* [Fundamentals of general biology]. Moscow, Mir Publ., 1982. 440 p. (In Russian)

3. Yarahmedov G. A. Cultural aspect in the complex teaching of mathematics in high school. *Izvestiya Dagestanskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta. Psihologo-pedagogicheskie nauki* [Dagestan State Pedagogical University. Psychological and Pedagogical Sciences]. 2018. No. 2. (In Russian)

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

Принадлежность к организации

Ярахмедов Гаджихмед Абдулганиевич, кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра высшей математики, Дагестанский государственный педагогический университет; профессор, Российская академия естествознания (РАЕ); Махачкала, Россия; e-mail: Yari.85@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Affiliation

Gadziakhmed A. Yarahmedov, Ph. D. (Physics&Maths), assistant professor, the chair of Higher Mathematics, Dagestan State Pedagogical University; professor, Russian Academy of Natural Sciences (RANS); Makhachkala, Russia; e-mail: Yari.85@mail.ru

Принята в печать 11.02.2019 г.

Received 11.02.2019