

Педагогические науки / Pedagogical Science
Оригинальная статья / Original Article
УДК 37
DOI: 10.31161/1995-0659-2024-18-4-30-34

Формирование и развитие критического мышления через решение текстовых и конструктивных задач по математике

©2024 Гаджимурадов М. А., Гаджиагаев Ш. С.
Дагестанский государственный педагогический университет им. Р. Гамзатова
Махачкала, Россия; e-mail: matanaliz-dgpu@mail.ru, sharafudin79@mail.ru

РЕЗЮМЕ. *Цель* – изучить возможность развития критического мышления учащихся при решении текстовых и конструктивных задач. *Методы.* Комбинированные аналитико-синтетические методы, математические методы обработки информации. *Результат.* Авторами рассмотрены типы задач, способствующие формированию и развитию критического мышления учащихся. *Вывод.* Технология развития критического мышления может быть эффективно реализована на уроках математики при решении задач на построение и текстовых задач.

Ключевые слова: критическое мышление, текстовая задача, универсальные учебные действия, образовательные технологии, математическая модель, арифметический способ.

Формат цитирования: Гаджимурадов М. А., Гаджиагаев Ш. С. Формирование и развитие критического мышления через решение текстовых и конструктивных задач по математике // Известия Дагестанского государственного педагогического университета. Психолого-педагогические науки. 2024. Т. 18. № 4. С. 30-34. DOI: 10.31161/1995-0659-2024-18-4-30-34

Forming and Developing the Critical Thinking Through Solving Textual and Constructive Problems in Mathematics

© 2024 Madrid A. Gadzhimuradov, Sharafudin S. Gadzhiagaev
Gamzatov Dagestan State Pedagogical University,
Makhachkala, Russia; e-mail: matanaliz-dgpu@mail.ru, sharafudin79@mail.ru

ABSTRACT. The *aim* is to explore the possibility of developing students' critical thinking in solving textual and constructive tasks. *Methods.* Combined analytical and synthetic methods, mathematical methods of information processing. *Result.* The authors consider the types of tasks that contribute to the formation and development of students' critical thinking. *Conclusion.* The technology of developing critical thinking can be effectively implemented in mathematics lessons when solving construction problems and text problems.

Keywords: critical thinking, text task, universal learning activities, educational technologies, mathematical model, arithmetic method.

For citation: Gadzhimuradov M. A., Gadzhiagaev Sh. S. Forming and Developing the Critical Thinking Through Solving Textual and Constructive Problems in Mathematics. Dagestan State Pedagogical University. Journal. Psychological and Pedagogical Sciences. 2024. Vol. 18. No. 4. Pp. 30-34. DOI: 10.31161/1995-0659-2024-18-4-30-34 (in Russian)

Введение

Для решения важных задач образования в директивных документах, сопровождающих госстандарты, рекомендованы различные педагогические технологии: технология развивающего обучения Д. Б. Эльконина, В. В. Давыдова, технология развития критического мышления через чтение и письмо (РКМЧП), кейс-технологии и другие [1]. Использование новых образовательных технологий способствует достижению тех результатов, которые указаны в стандарте, то есть происходит формирование универсальных учебных действий учащихся, поскольку в основе каждой из этих технологий лежит системно-деятельностный подход, являющийся основой разработки новых стандартов. О взаимосвязи между формированием универсальных учебных действий и развитием критического мышления свидетельствует множество общих составляющих, лежащих в их основе. Критическое мышление – это способность анализировать информацию с помощью логики, с тем, чтобы применять полученные результаты, как к стандартным, так и нестандартным ситуациям, вопросам и проблемам. Для разработки методики обучения математики, ориентированной на развитие критического мышления, в первую очередь выделим составляющие критического мышления и проведём анализ тех учебных действий, которые способствуют их развитию. К составляющим относятся, прежде всего: способность к проведению анализа, к построению логических или доказательных рассуждений, способность оценивать ситуацию, явление с разных сторон, умение объективно оценивать и принимать решение. А к учебным действиям, способствующим развитию перечисленных выше составляющих, относятся: умение анализировать условие математической задачи, умение выбрать наиболее рациональный способ решения задачи, умение подвергать сомнению решение задачи, умение оценивать полученный ответ и решать одну и ту же задачу разными способами. Остановимся более подробно на некоторых из перечисленных выше действий [3].

Цель и методы исследований

Заметим, что для критического мышления каждая школьная дисциплина имеет

свои особенности. Но математические дисциплины больше, чем другие дисциплины способствуют развитию критического и логического мышления. Среди всех математических дисциплин особое место занимает геометрия. Обучение геометрии предполагает не только овладение математическими понятиями, но и умение рассуждать, доказывать свои выводы. Как известно, доказательство утверждений вызывает у учащихся большие затруднения. Многие математические задачи и примеры решаются по определённому алгоритму, а есть задачи, для решения которых не существует алгоритмического метода. Именно последний тип задач и способствует больше развитию критического и математического мышления. К ним относятся задачи на построение, текстовые задачи, уравнения с параметрами и другие [4].

Результаты их обсуждения

До реформы 70-х годов прошлого столетия решение текстовых задач арифметическими способами использовалось для развития логического и критического мышления учащихся. В результате проведённых реформ и в целях экономии времени было рекомендовано решать текстовые задачи составлением уравнений. Конечно, алгебраический способ быстрее приводит к решению, но такой метод не способствует развитию критического мышления учеников. Тогда отказались от арифметического способа решения задач ради раннего введения элементов теории множеств. Известные российские математики и методисты считали, что сначала в школе учат решать задачи арифметическим способом, а затем приходится переучивать решению с помощью уравнений. К сожалению, не всегда оптимизация школьного образования даёт положительные результаты.

Послереформенные годы показали, что переход на метод составления уравнений не оправдался. В итоге ученики разучились решать текстовые задачи. В настоящее время эта проблема вновь стала актуальной, так как в проекте новой программы по математике в 5 классе не предусматривается изучение уравнений, а в новом федеральном стандарте содержится требование о формировании умения решать задачи арифметическими способами [5].

Решение текстовых задач помогает развивать навыки логического и критического мышления. Ученики учатся анализировать задачу, выделять основные данные, формулировать гипотезы и проверять свои решения. Арифметические способы решения задач в 5-6 классах имеют определённые преимущества по сравнению с алгебраическим, так как результат каждого шага по действиям ученик видит наглядно. Арифметический способ и состоит в том, что задачи решаются по действиям. Детское мышление в этом возрасте (12-14 лет) является более конкретным, психологи рекомендуют развивать его на примерах конкретным образом. При арифметическом способе решения задачи ученик работает с более понятными, конкретными объектами, о которых говорится в условии задачи. Результат каждого действия он может истолковать с точки зрения тех данных объектов, которые имеются в условии задачи [2].

Таким образом, выполняя действия, ученик постоянно должен анализировать текст задачи и ход рассуждений, оценивать результат действия. Всё перечисленное и является базой формирования критического мышления. В 5-6 классах арифметическому способу решения текстовых задач желательно уделять максимально больше внимания и не торопиться переходить к уравнениям. Ученики в таком возрасте ещё не готовы к использованию алгебраического способа, когда вводится абстрактная неизвестная величина. Как использовать эту неизвестную, как составить уравнение, им трудно понять. Как считают психологи, это происходит потому, что в этом возрасте у детей развито только наглядно-образное мышление. Любое уравнение является абстрактной математической моделью. Поскольку исторически люди пришли к уравнению, обобщая решение задачи, то и ученики должны пройти аналогичный путь развития [4].

Умение сравнить и выбрать более рациональный способ решения задачи является довольно сложным учебным действием. Чаще всего учащиеся ограничиваются одним способом решения. Поиски разных способов решения задачи, оценка и анализ этих способов с целью выделения более рационального являются одним из важных средств развития критического мышления. Поиск разных способов решения задачи

создаёт одновременно и возможности развития исследовательских навыков учащихся. К сожалению, зачастую на уроках математики учителя ограничиваются показом определенных способов решения задачи и их механическим закреплением. Заметим и то, что при решении задач разными способами у учеников пробуждается интерес к поиску решения, при получении результата они остаются морально удовлетворёнными. Если учитель на уроках сам практикует разные способы решения одной задачи, то и ученики перенимают стиль учителя и стараются искать более рациональные способы решения. Разные способы решения геометрической задачи можно найти с помощью так называемого восходящего анализа чертежа, с помощью которого выявляются скрытые отношения и связи между элементами геометрической фигуры. Каждый способ решения задачи находится при использовании разных отношений между элементами геометрической фигуры. Стимулировать учеников искать разные методы решения задачи можно различными способами [5].

На уроках геометрии очень важно научить учеников анализировать один и тот же рисунок с разных сторон. Главной целью решения задач является развитие мышления, в том числе и критического, повысить заинтересованность их математикой. Достичь этого с помощью стандартных задач невозможно, более подготовленные ученики могут легко потерять интерес к математике. Поэтому в школьном курсе математики обязательно надо использовать нестандартные задачи, имеющие различные способы решения, способствующие активному развитию мышления. При этом важно в работе учителя умение задавать вопросы, которые приводят учеников к поиску различных решений. Развитию критического мышления способствует аргументированная проверка выдвигающихся различными гипотез, умение находить ошибки в решениях других и обосновывать своё решение.

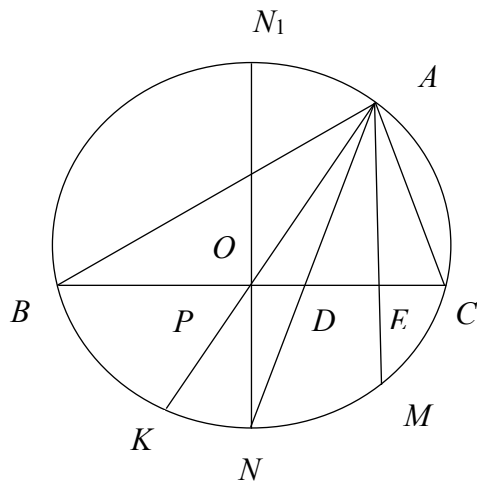
По мнению многих специалистов, наличие критичности проявляется в том, что личность, обладающая критичностью, взвешивает разные варианты и гипотезы, подвергает их всесторонней проверке (А. И. Липкина, Л. А. Рыбак) умеет отказаться от неверных утверждений, начатых

действий, если выясняется, что эти действия не соответствуют условиям данной задачи (А. А. Смирнов, Б. М. Теплов), способна найти альтернативные способы решения.

Ни один вид задач не даёт, может быть, столько материала для развития критического мышления учащихся, как геометрические задачи на построение. На примере одной задачи рассмотрим, как проводится анализ и исследование решения.

Задача. Даны окружность и на ней три различные точки M , N и K , в которых пересекаются с окружностью продолжения соответственно высоты, биссектрисы и медианы, исходящие из одной вершины треугольника, вписанного в эту окружность. Построить этот треугольник.

Данными элементами в задаче являются окружность с центром O , точки M , N и K на этой окружности. Построить треугольник означает, что необходимо найти вершины треугольника A , B , C . Пусть задача решена и искомым треугольником ABC построен.



Продолжения высоты AE биссектрисы AD и медианы AP пересекаются с окружностью γ соответственно в точках M , N и K . Так как AN является биссектрисой вписанного угла BAC , то дуги \widehat{BN} и \widehat{NC} равны и

точка N является концом диаметра, перпендикулярного хорде BC . Поскольку центр O окружности γ то диаметр NN_1 легко можно построить. Тогда высота $BE \perp NN_1$, так как они перпендикулярны одной прямой BC . Построив прямую, проходящую через точку M параллельно NN_1 , найдем точку A . Точку P можно найти как точку пересечения прямых AK и NN_1 . Вершины B и C треугольника получим как точки пересечения окружности γ с прямой, проходящей через точку P перпендикулярно NN_1 .

Если точки K и M лежат на окружности γ по одну сторону от диаметра N_1N , то хорда AK не пересекается с N_1N , поэтому задача не имеет решения. Если дуга KNM меньше полуокружности, то угол KAM острый, и угол APN_1 также острый. Тогда точки A и N лежат по разные стороны от хорды BC и поэтому луч AN пересекается с прямой BC и является биссектрисой угла. Если дуга KNM больше полуокружности, то угол KAM тупой и луч AN не пересекает BC , поэтому задача не имеет решения.

Если дуга KNM совпадает с полуокружностью, то треугольник ABC вырождается в отрезок и задача не имеет решения.

Поскольку точки A , B , C строятся однозначно, то если есть решение, то оно является единственным.

Выводы

Из проведенного анализа и исследования решения задачи видно, насколько критически и всесторонне надо анализировать отношения между данными и искомыми элементами геометрических фигур, чтобы анализ был полным. И при решении таких задач очень важны наводящие вопросы и помощь учителя, чтобы совместно с учениками рассмотреть всевозможные случаи взаимного расположения фигур, различные ограничения на данные элементы, при которых задача имеет или не имеет решения.

Литература

1. Гаджимурадов М. А. Формирование умений, лежащих в основе критического мышления, в условиях реализации системно-деятельностного подхода к образованию // Балтийский гуманитарный журнал. Т. 6. №1 (18). 2017. С. 86-89.

2. Гаджимурадов М. А. Развитие критического мышления через контрпримеры // Известия Дагестанского государственного педагогического университета. Серия «Психолого-педагогические науки». Т. 17. № 1. 2023. С. 29-34.

3. Заика Е. В. Комплекс интеллектуальных игр для развития мышления учащихся // Вопросы психологии. 2000. № 6.

4. Тоом А. Л. Текстовые задачи: приложения или умственные манипулятивы // Математика, 2004. № 47. 12 с.

5. Шевкин А. В. Текстовые задачи по математике. 5-6 классы. М.: ИЛЕКСА, 2018. 108 с.

References

1. Gadzhimuradov M. A. *Formirovanie umenij, lezhashchikh v osnove kriticheskogo myshleniya, v usloviyakh realizacii sistemno-deyatel'nostnogo podkhoda k obrazovaniyu* [Formation of skills underlying critical thinking in the context of the implementation of a system-activity approach to education]. The Baltic Humanitarian Journal. Vol. 6. No. 1 (18). 2017. Pp. 86-89. (In Russian)

2. Gadzhimuradov M. A. *Razvitie kriticheskogo myshleniya cherez kontrprimery* [The development of critical thinking through counterexamples]. Journal. Psychological and Pedagogical Sciences. Vol. 17. No. 1. 2023. (In Russian)

3. Zaika E. V. *Kompleks intellektual'nykh igr dlya razvitiya myshleniya uchashchikhsya. Voprosy psikhologii* [Complex of intellectual games for the development of students' thinking. Questions of psychology]. 2000. No. 6. (In Russian)

4. Toom A. L. *Tekstovye zadachi: prilozheniya ili umstvennye manipulyativy* [Textual tasks: applications or mental manipulators]. Mathematics, 2004. No. 47. (In Russian)

5. Shevkin A. V. *Tekstovye zadachi po matematike. 5-6 klassy* [Textual tasks in mathematics. Grades 5-6]. Moscow: ILEX, 2018. 108 p. (In Russian)

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Принадлежность к организации

Гаджимурадов Мадрид Абдуллаевич, кандидат физико-математических наук, профессор, кафедра высшей математики, Дагестанский государственный педагогический университет им. Р. Гамзатова, Махачкала, Россия; e-mail: matanaliz-dgpu@mail.ru

Гаджиагаев Шарафудин Сираджудинович, кандидат педагогических наук, доцент, кафедра высшей математики, Дагестанский государственный педагогический университет им. Р. Гамзатова, Махачкала, Россия; e-mail: sharafudin79@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Affiliations

Madrid A. Gadzhimuradov, Ph. D. (Physics and Mathematics), Professor, the chair of Mathematics, Gamzatov Dagestan State Pedagogical University, Makhachkala, Russia; e-mail: matanaliz-dgpu@mail.ru

Sharafudin S. Gadzhiagaev, Ph. D. (Pedagogy), assistant professor, the chair of Higher Mathematics, Gamzatov Dagestan State Pedagogical University, Makhachkala, Russia; e-mail: sharafudin79@mail.ru

Принята в печать 12.11.2024 г.

Received 12.11.2024.