

ОТ СТРУКТУРЫ МАТЕМАТИЧЕСКИХ СПОСОБНОСТЕЙ К КОНЦЕПЦИИ ИХ РАЗВИТИЯ

FROM THE STRUCTURE OF MATHEMATICAL ABILITIES TO THE CONCEPT OF THEIR DEVELOPMENT

©2014 Виситаева М. Б., Вакилов Ш. М.*

Чеченский институт повышения квалификации работников образования
*Дагестанский государственный педагогический университет

©2014 Visitaeva M. B., Vakilov Sh. M. *

Chechen Institute for Training of Educators
*Dagestan State Pedagogical University

Резюме. Описана структура математических способностей школьников в психолого-педагогической и методической литературе отечественных и зарубежных авторов и концепция их развития.

Abstract. The authors of the article describe the structure of mathematical abilities of schoolchildren in psycho-pedagogical and methodological literature, domestic and foreign authors and the concept of development.

Resjume. The structure of mathematical abilities of school students in psychology and pedagogical and methodical literature of domestic and foreign authors and the concept of their development is described.

Ключевые слова: структура математических способностей школьников, концепция, аспект, личностно-деятельностный подход, функционально-генетический подход, задатки, учебная деятельность, ядро способностей, уровни, направление.

Keywords: structure of mathematical abilities of schoolchildren, concept, aspect, personal activity approach, functional and genetic approach, inclinations, educational activity, kernel of abilities, levels, direction.

Kljuchevye slova: Opisana struktura matematicheskikh sposobnostej shkol'nikov v psihologo-pedagogicheskoy i metodi-cheskoj literature otechestvennyh i zarubezhnyh avtorov i koncepcija ih razvitija.

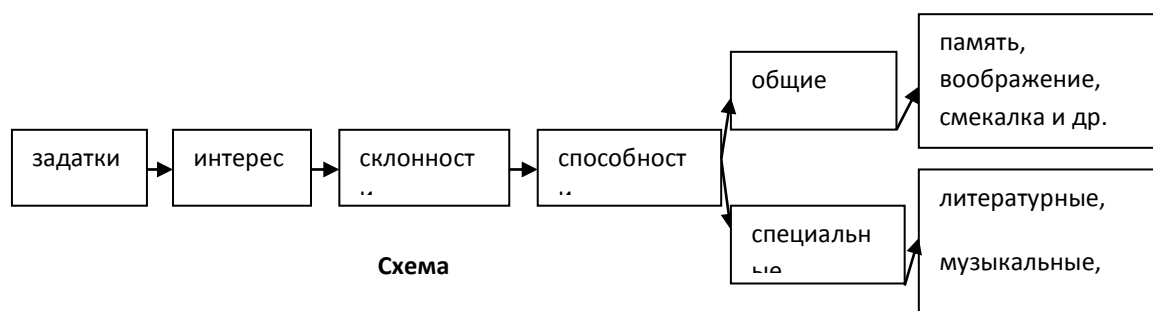
Вопросы изучения структуры личности школьника, в частности, в контексте его математических способностей, является наиболее актуальной в современной парадигме образования.

Проблемы развития способностей тесно связаны с проблемами развития интереса к различным видам деятельности. Именно на основе длительных, глубоких, устойчивых интересов к конкретному предмету воспитываются склонности и развиваются способности (А. А. Бодалев [2], В. А. Крутецкий [8], в ряде работ С. Л. Рубинштейн и др.).

Наряду с общими способностями (необходимыми для выполнения не какой-либо

одной, а многих видов деятельности, что обуславливает возможность человека достигать успеха одновременно в разных областях) психологи различают и специальные способности – способности к отдельным конкретным видам деятельности (С. Л. Рубинштейн, 2008; В. Н. Дружинин, 2007 и др.). Их можно определить как индивидуально-психологические особенности человека, отвечающие требованиям данной деятельности и являющиеся условием успешного ее выполнения.

Заметим, в связи с вышеизложенным, имеет место и следующая схема (схема):



Важное значение для понимания структуры и механизмов развития «математического мышления» имеют исследования по проблеме математических способностей психологов (А. Blackwell, Е. R. Dunkan, К. Дункер, V. Haecker, Н. R. Hemley, В. А. Крутецкий, F. W. Mitchell, И. С. Якиманская и др.), математиков (Ж. Адамар, Б. В. Гнеденко, А. Пуанкаре, А. Н. Колмогоров, А. И. Маркушевич, А. Я. Хинчин и др.), методистов (Г. И. Саранцев, С. И. Шварцбург и др.). Анализ работ по проблемам структуры и развития математических способностей названных и многих других авторов позволяет сделать вывод о комплексной природе математической деятельности. Разные авторы называют в качестве наиболее важных различные структурно-функциональные элементы последней. В качестве обязательных элементов называют такие общие мыслительные операции, как сравнение, дедукция, анализ и синтез. В качестве специфических математических способностей можно назвать такие способности: 1) манипулирование пространственными объектами, способность к пространственным представлениям; 2) манипулирование идеями и понятиями в абстрактной форме, без опоры на конкретное; 3) классификация; 4) понимание символов и оперирование ими; 5) интеллектуальная любознательность; 6) память, экстраординарная память; 7) сильное зрительное воображение, 8) способность к логическому рассуждению; 9) способность применять знания в новой ситуации; 10) быстрота мысли; 11) умение отыскивать сходное в отдаленных сферах.

Теорией математических способностей занимались и Ж. Пиаже, К. Дункер. В частности, К. Дункер [7] отмечает, что человек тем способнее, чем большее число аспектов ситуации он может обозреть одним взглядом без длительной нащупывающей работы, чем разнообразнее эти аспекты. Таким образом, он выделяет среди предпосылок успешного решения задач своеобразную гибкость мыслительных процессов. Намеченные им особенности, которые отличают лиц, способных и неспособных (*способных и малоспособных у В. А. Крутецкого*) к математике отчетливо выступили и в экспериментальном исследовании [9], посвященном изучению и исследованию

психологии математических способностей школьников.

По мнению В. А. Крутецкого (которым рассмотрены учебные математические способности), структура математических способностей представлена следующим образом:

1. Получение математической информации.

Способность к формализованному восприятию математического материала, схватыванию формальной структуры задачи.

2. Переработка математической информации.

а) Способность к логическому мышлению в сфере количественных и пространственных отношений, числовой и знаковой символики.

б) Способность мыслить математическими символами.

в) Способность к свертыванию процесса математического рассуждения и системы соответствующих действий. Способность мыслить свернутыми структурами.

г) Гибкость мыслительных процессов в математической деятельности.

д) Стремление к ясности, простоте, экономности и рациональности решений.

е) Способность к быстрой и свободной перестройке направленности мыслительного процесса, переключению с прямого на обратный ход мысли (обратимость мыслительного процесса при математическом рассуждении).

3. Хранение математической информации.

Математическая память на математические отношения, типовые характеристики, схемы рассуждений и доказательств, методы решения задач и принципы подхода к ним).

4. Общий синтетический компонент.

Математическая направленность ума.

Выделенные компоненты тесно связаны, влияют друг на друга и образуют в своей совокупности единую систему, целостную структуру, своеобразный синдром математической одаренности, математического склада ума.

Приведенная схема структуры математических способностей обладает рядом недостатков, на которые указывают исследователи психолого-педагогических основ обучения математике. К ним относятся, в частности, *способность к абстрактному мышлению, математическая интуиция.*

Математическая интуиция – способность математика на основе своего опыта выдвигать свои гипотезы, быстро увидеть путь, ведущий к оптимальному решению задачи. Математическая интуиция рассматривается как комплексная способность «предвосхищать результаты или пути, ведущие к цели, в творческом мышлении в области математики» [11. С. 41]. Французский математик А. Пуанкаре [12] классифицировал способных к математике людей по силе математической интуиции. Ж. Адамар [1] также говорил о своеобразной, свойственной математикам математической интуиции, о подсознательной творческой работе, о специфике мышления математика.

Н. В. Метельский склонен отнести включенную в общую структуру математических способностей математическую память, обеспечивающую хранение обобщенной математической информации, к общеинтеллектуальной. «Кроме того здесь упущена другая существенная сторона – способность быстро, свободно, легко и полно пользоваться хранящейся в памяти математической информацией» [11. С. 40-41].

Существенным недостатком рассмотренных выше подходов (в психологии) в разработке достаточно четких представлений о структуре «математического мышления» является их оторванность от исследовательских математических методов.

Особое значение имеют работы таких ученых-математиков, в которых трактуются те или иные аспекты математических способностей. А. Я. Хинчин, Б. В. Гнеденко указывали основные черты математического мышления: 1) полноценная аргументация; 2) лаконизм; 3) четкое расчленение хода рассуждений; 4) точность символики и т. д.; С. И. Шварцбурд [16] и др.: 1) доминирование логической схемы рассуждений; 2) развитые количественные и пространственные представления; 3) умение абстрактно мыслить; 4) умение схематизировать; 5) обладание навыками индуктивного и дедуктивного мышления; 6) умение применять выводы (в том числе и научные), полученные из теоретических рассуждений к конкретным вопросам, сопоставлять выводы, оценивать влияние условий на результат, обобщать полученные выводы; 7) точность, сжатость и ясность словесного выражения мысли, владение достаточно развитой математической речью, привычка к полноценной аргументации; 8) произвольное управление своим вниманием; 9) настойчивость в достижении поставленной цели, привычка работать упорядоченно; 10) обладание достаточным терпением при решении математических задач и т. д.

Математические способности есть способности к математическому творчеству, т. е. способности самостоятельно получать решение

математических задач, выходящих за рамки применений известных алгоритмов и теорем.

Все вышеизложенное свидетельствует о целесообразности переосмысления проблемы развития математических способностей школьников в процессе изучения математики в контексте образовательных подходов в наше время к анализу функционирования механизмов регуляции учебной деятельности и выработки единой теоретической позиции по отношению к возможностям разрешения данной проблемы в школьной практике.

Таким образом, работа по формированию математических способностей учащихся должна вестись, на наш взгляд, в двух направлениях: 1) *создание в условиях учебного процесса необходимых предпосылок к зарождению интереса к математике;* 2) *работа с учащимися, проявляющими интерес и способности.*

Учащиеся, «для которых математика является лишь элементом общего развития и будет использоваться в их дальнейшей профессиональной деятельности в незначительном объеме». Для этих школьников актуально овладение общей математической культурой. Это, к примеру, различные представители культуры. Ко второй группе будут нами отнесены «учащиеся, для которых математика будет в их профессиональной деятельности важным инструментом, постоянно применяемым для решения производственных задач» [3. С. 235]. К ним относятся, к примеру, специалисты экономического профиля. *Для учащихся этих двух групп следует создать в процессе обучения математике необходимые предпосылки к зарождению интереса к математике.* Второе направление составляют учащиеся, относящиеся к третьей группе, «которые выберут математику (или близкие к ней области знания) в качестве основы своей будущей деятельности. Учащиеся этой группы проявляют повышенный интерес к изучению математики и должны творчески овладеть ее основами» [3. С. 236].

В. Г. Болтянский, Г. Д. Глейзер, Р. С. Черкасов [3], выдвигая концепцию общего математического образования, отмечают, что уровни знания математики учащихся этих трех групп можно отнести условно к уровням: общекультурным, прикладным и творческим. Авторы указывают на необходимость создания трех учебников математики, соответствующих этим уровням. В последнее время начали развешивать издание учебников и учебных пособий по математике, адресованные определенным категориям учащихся (к примеру, по геометрии учебник для общеобразовательных учреждений автора И. Ф. Шарыгина «Геометрия 7-9» [15], реализующий авторскую наглядно-эмпирическую концепцию построения школьного курса геометрии; автора И. М.

Смирновой «Геометрия 10-11» [8] (учебное пособие для гуманитарного профиля) и т. д.). Учитывая уровни знания математики учащихся, в исследовании выявлены четыре уровня развития математических способностей учащихся (дискретный, фрагментарный, структурный, целостный) и вариативность предъявления содержания (элементарный, наглядный, прикладной, исследовательский), отраженный в учебно-методическом пособии [6], таким образом, рассматриваемое содержание составлено с учетом всех трех рассматриваемых направлений.

В рассматриваемом контексте исследования, вслед за А. А. Столяром [14], считаем, что должны обучать учащихся не заучивать готовый материал, а «открывать» для себя математические истины (эмпирический этап), логически организовывать добытый опытным путем (хотя оно уже организовано в науке) математический материал (логический этап) и, применять теорию в различных конкретных ситуациях (практический этап). Следовательно, школьник начинает свой путь к познанию с «открытий» для себя, структурируя, а затем и применяя динамически воспринятое на предыдущем этапе к решению поставленных перед ним жизнью задач.

Способности, в том числе и математические, проявляются, формируются и развиваются в процессе специально и правильно организованной деятельности, а одним из видов математической деятельности является решение задач. В качестве основного критерия, позволяющего судить о наличии или отсутствии математических способностей, мы принимаем практический опыт. Рассматривая проблему обучения математике и развития учащихся через задачи (Ш. М. Вакилов, В. А. Гусев, М. И. Зайкин, И. В. Егорченко, Л. С. Капкаева, С. Е. Канин, Г. И. Ковалева, Ю. М. Колягин, М. И. Родионов, Г. И. Саранцев, Р. А. Утеева, Л. М. Фридман, Х. Ш. Шихалиев, П. М. Эрдниев, Б. П. Эрдниев и др.) сложилось понимание, того что для развития личности надо, чтобы школьник был включен в эту деятельность посредством различных математических задач.

Прорабатывая один и тот же материал, один учащийся успешно использует словесную форму, другой – трансформирует его в наглядность (чертеж, рисунок и т. д.), нами разработан комплекс задач в этом направлении. Как отмечает Г. И. Саранцев «решение школьных задач в учебнике геометрии основано на трансформации словесной формулировки

задачи в чертеж, а использование обратной трансформации специально не предусмотрено. ... Работа по составлению задач с использованием готового рисунка, не только продвигает учащихся в умении работать с задачей, доказывать, но и является хорошим средством их интеллектуального развития» [13. С. 62–65]. Как известно, система задач по геометрии, позволяет учителю выявлять процесс работы ученика над геометрическим образом, в частности чертежом. Выполнение чертежа для одних может быть исходным моментом решения задачи, а для других результатом уже выполненных в уме преобразований [19].

Согласно ФГОС второго поколения [17], молодому человеку предстоит научиться развивать способности самостоятельно искать, отбирать, анализировать и использовать нужную информацию, иметь высокую степень коммуникабельности, развитые навыки конструктивного взаимодействия с людьми разных воззрений и ценностных ориентаций. От него также требуются позитивное отношение к инновациям, способность к творчеству, к сотрудничеству, к принятию нестандартных решений, наличие лидерских качеств, умение преодолевать устаревшие стереотипы мышления, поведения и общения.

Резюмируя вышесказанное, приходим к следующему выводу:

- способности к выполнению деятельности наиболее эффективно и полно развиваются при ее специальной организации;

- способности обеспечивают лёгкость и быстроту приобретения знаний, умений и навыков;

- развитие тех или иных учебных способностей школьников в значительной мере происходит под влиянием обучения, развитие учебных (включая математических) способностей также зависит и от личности самого обучаемого;

- школьник начинает свой путь к познанию с «открытий» для себя, структурируя, а затем и применяя динамически воспринятое на предыдущем этапе к решению поставленных перед ним задач.

- необходимо трехуровневое построение материала (*общекультурное, прикладное, творческое*) и создание в связи с этим в условиях учебного процесса необходимых предпосылок к зарождению интереса к математике и обеспечение соответствующего деятельностного направления с учащимися, проявляющими интерес и способности.

Литература

1. Адамар Ж. Исследование психологии процесса изобретения в области математики: Пер. с франц. М. : Изд-во «Советское радио», 1970. 152 с. 2. Бодалёв А. А. О направлениях и задачах разработки проблемы способностей // Вопросы психологии. 1984. № 1. С. 119-124. 3. Болтянский В. Г. К вопросу о перестройке общего математического образования / В. Г. Болтянский, Г. Д. Глейзер, Р. С. Черкасов / Повышение эффективности обучения математике в школе: Кн. для учителя / сост. Г. Д. Глейзер. М. :

Просвещение, 1989. С. 231–238. 4. Венгер Л. А. Наша группа (О развитии познавательных способностей ребёнка). М.: Знание, 1978. 94 с. 5. Виситаева М. Б. Стратегия формирования математических способностей школьников // *Фундаментальные и прикладные исследования: проблемы и результаты*. 2013. № 4. С. 64–68. 6. Виситаева М. Б. Методические аспекты формирования математических способностей учащихся 5–6 классов при изучении геометрического материала [Текст]: (учебно-методическое пособие) / М. Б. Виситаева, Ш. М. Вакилов; М-во образования и науки Российской Федерации, ГБОУ ВПО "Дагестанский гос. пед. ун-т". 2-е изд., доп. Махачкала: Aleph, 2012. 143 с. 7. Дункер К. Психология продуктивного (творческого) мышления / Психология мышления / под ред. А. М. Матюшкина. М.: Прогресс, 1965. С. 86–234. 8. Смирнова И. М. Геометрия. 10–11. Профильный уровень. М.: Просвещение. 159 с. 9. Крутецкий В. А. Психология математических способностей школьников. М.: Просвещение. 1968. 431 с. 10. Колмогоров А. Н. О профессии математика. М.: МГУ, 1960. 30 с. 11. Метельский Н. В. Психолого-педагогические основы математики. Минск: Высшая школа, 1977. 160 с. 12. Пуанкаре А. О науке. М.: Наука, 1983. 560 с. 13. Саранцев Г. И. Обучение математическим доказательствам и опровержениям в школе. М.: Владос, 2005. 183 с. 14. Столяр А. А. Педагогика математики. Минск: Изд-во Высшая школа, 1986. 414 с. 15. Шарыгин И. Ф. Геометрия 7–9. М.: Дрофа. 207 с. 16. Шварцбург С. И. О развитии интересов, склонностей и способностей, учащихся к математике // *Математика в школе*. 1964. № 6. С. 32–37. 17. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования / Режим доступа: URL: <http://www.standart.edu.ru/> 18. Эрдниев П. М., Эрдниев Б. П. Обучение математике в школе / Укрупнение дидактических единиц. Книга для учителя. 2 изд. испр. и доп. М.: АО «СТОЛЕТИЕ», 1996 320 с. 19. Якиманская И. С. Как развивать учащихся на уроках математики. М., 1996. 197 с. 20. Ярахмедов Г. А. Новая образовательная парадигма подготовки будущего учителя математики // *Известия Дагестанского государственного педагогического университета. Психолого-педагогические науки*. 2011. № 4.(17). С. 80–82.

References

1. Adamar J. Study of the psychology of the process of the invention in the field of mathematics: Trans. from French. M.: Publishing house "Soviet Radio", 1970. 152 p. 2. Bodalev A. A. The directions and objectives of the problems of abilities // *Problems of Psychology*. 1984. # 1. P. 119–124. 3. Boltyansky V. G., The problem of re-construction of General mathematical education / V. G. Boltyansky, G. D. Glaser, R. S. Cherkasov / Improve solution efficiency of teaching mathematics in school: Book for teacher / comp. D. Glaser. M.: Prosveshchenie, 1989. P. 231–238. 4. Wenger L. A. Our group (About cognitive development of child). M.: Znanie, 1978. 94 p. 5. Visitaeva M. B. Strategy of developing a mathematical way of interest of students // *Fundamental and applied research: problems and results*. 2013. # 4. P. 64–68. 6. Visitaeva M. B. Methodical aspects of the mathematical abilities of students in grades 5–6 in the study of geometric material [Text]: (textbook) / M. B. Visitaeva, Sh. M. Vakilor; Ministry of education and science of the Russian Federation, SBEI HPE "Dagestan State Pedagogical University". 2nd ed., supplementary Makhachkala: Aleph, 2012. 143 p. 7. Dunker K. Psychology of productive (creative) thinking / *Psychology of thought* / ed. by A. M. Matyushkin. M.: Progress Publishers, 1965. P. 86–234. 8. Smirnova I. M. Geometry. 10–11. Profile level. M.: Prosveshchenie. P. 9. Krutetskiy V. A. The Psychology of mathematical abilities in schoolchildren. M.: Prosveshchenie. 1968. 431 p. 10. Kolmogorov A. N. About the mathematics profession. M.: Moscow State University, 1960. 30 p. 11. Metelsky N. V. Psychologo-pedagogical foundations of mathematics. Minsk: High school, 1977. 160 p. 12. Poincare A. About science. M.: Nauka, 1983. 560 p. 13. Sarantsev G. I. Teaching the mathematical proof and the disproof in school. M.: Vlados, 2005. 183 p. 14. Stolyar A. A. Pedagogy of mathematics. Minsk: Higher school, 1986. 414 p. 15. Sharygin I. F. Geometry 7–9. M.: Drofa. 207 p. 16. Shvartsburd S. I. On the development of interests, aptitudes and abilities of students to mathematics // *Mathematics in school*. 1964. # 6. P. 32–37. 17. Federal state educational standard of General education / access Mode: URL: <http://www.standart.edu.ru/> 18. Erdniev P. M., Erdniev B. P. Mathematics teaching at school / Escalation didactic units. Book for teachers. 2 ed. Corr. and supplementary M.: JSC "Stoletie", 1996 320 p. 19. Yakimanskaya I. C. How to develop students in math. M., 1996. 197 P. 20. Yarahmedov G. A. New educational paradigm preparation of future teachers of mathematics // *Proceedings of Dagestan State Pedagogical University. Psychological and Pedagogical Science*. 2011. # 4.(17). P. 80–82.

Literatura

1. Adamar Zh. Issledovanie psihologii processa izobreteniya v oblasti matematiki: Per. s franc. M.: Izd-vo «Sovetskoe radio», 1970. 152 s. 2. Bodaljev A. A. O napravlenijah i zadachah razrabotki proble-my sposobnostej // *Voprosy psihologii*. 1984. № 1. S. 119–124. 3. Boltjanskij V. G. K voprosu o perestrojke obshhego matematicheskogo obrazovanija / V. G. Boltjanskij, G. D. Glejzer, R. S. Cherkasov / Povyshenie jeffektivnosti obuchenija matematike v shkole: Kn. dlja uchitelja / sost. G. D. Glejzer. M.: Prosveshhenie, 1989. S. 231–238. 4. Venger L. A. Nasha gruppa (O razvitii poznavatel'nyh sposobnostej re-bjonka). M.: Znanie, 1978. 94 s. 5. Visitaeva M. B. Strategija formirovanija matematicheskikh sposob-nostej shkol'nikov // *Fundamental'nye i prikladnye issledovanija: problemy i rezul'taty*. 2013. № 4. S. 64–68. 6. Visitaeva

M. B. Metodicheskie aspekty formirovanija matematicheskikh sposobnostej uchashhihsja 5-6 klassov pri izuchenii geometricheskogo materiala [Tekst]: (uchebno-metodicheskoe posobie) / M. B. Visitaeva, Sh. M. Vakilov; M-vo obrazovanija i nauki Rossijskoj Federacii, GBOU VPO "Dage-stanskij gos. ped. un-t". 2-e izd., dop. Mahachkala: Aleph, 2012. 143 s. 7. Dunker K. Psihologija produk-tivnogo (tvorcheskogo) myshlenija / Psihologija myshlenija / pod red. A. M. Matjushkina. M.: Progress, 1965. S. 86–234. 8. Smirnova I. M. Geometrija. 10-11. Profil'nyj uroven'. M.: Prosveshhenie. 159 s. 9. Kruteckij V. A. Psihologija matematicheskikh sposobnostej shkol'nikov. M.: Prosveshhenie. 1968. 431 s. 10. Kolmogorov A. N. O professii matematika. M.: MGU, 1960. 30 s. 11. Metel'skij N. V. Psihologo-pedagogicheskie osnovy matematiki. Minsk: Vysshaja shkola, 1977. 160 s. 12. Puankare A. O nauke. M.: Nauka, 1983. 560 s. 13. Sarancev G. I. Obuchenie matematicheskim dokazatel'stvam i oproverzhenijam v shkole. M.: Vlados, 2005. 183 s. 14. Stoljar A. A. Pedagogika matematiki. Minsk: Izd-vo Vysshaja shkola, 1986. 414 s. 15. Sharygin I. F. Geometrija 7-9. M.: Drofa. 207 s. 16. Shvarcburd S. I. O razvitii interesov, sklonnostej i sposobnostej, uchashhihsja k matematike // Matematika v shkole. 1964. № 6. S. 32–37. 17. Federal'nyj gosudarstvennyj obrazovatel'nyj standart osnovnogo obshhego obrazovanija / Rezhim dostupa: URL: <http://www.standart.edu.ru/> 18. Jerdniev P. M., Jerdniev B. P. Obuchenie matematike v shkole /Ukrupnenie didakticheskikh edinic. Kniga dlja uchitelja. 2 izd. ispr. i dop. M.: AO «STOLETIE», 1996 320 s. 19. Jakimanskaja I. S. Kak razvivat' uchashhihsja na urokah matematiki. M., 1996. 197 s. 20. Jarahmedov G. A. Novaja obrazovatel'naja paradigma podgotovki budushhego uchitelja matematiki // Izvestija Dagestanskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta. Psihologo-pedagogicheskie nauki. 2011. № 4 (17). S. 80-82.

Статья поступила в редакцию 12.10.2014 г.