

Педагогические науки / Pedagogical Science
Оригинальная статья / Original Article
УДК 378. 147
DOI: 10.31161/1995-0659-2024-18-2-114-119

О мнемосхемах в методологии интегральной математики

Ярахмедов Г. А.

Дагестанский государственный педагогический университет им. Р. Гамзатова,
Махачкала, Россия; e-mail: Yari.85@mail.ru

РЕЗЮМЕ. **Цель** – выявление категориальных (наиболее общих) свойств связей между методическими объектами, формализовать структурное единство частей аналогичных объектов разных предметных областей в виде определенных логических схем, называемых мнемосхемами, позволяющие запоминать основные факты и знания о родственных (аффинных) или схожих (изоморфных) структурах и понятиях. **Методы.** В достижении поставленной цели наиболее эффективными оказались методы комплексного, системного и полилингвального анализа, играющие ключевую роль в построении структур сложных методических объектов, способствующие запоминанию их основных свойств методами мнемотехники. **Результаты.** Анализируя образовательную деятельность в контексте компетентностного подхода, предлагается объединить познавательные, креативные и полилингвальные ее компоненты на основе мнемосхем. Выявление логических схем структур базовых предметных знаний по математике обнаруживается сходство в построении лингвистических структур, играющие важную роль в цифровизации текстов произвольных языков. **Выводы.** Обоснована целесообразность объединения идей и методов различных предметных областей на основе логических схем, инвариантных относительно переходов от одних моделей представления знаний к другим моделям. Такими инвариантами оказываются мнемосхемы, причем расширение понятий различных предметных областей осуществляется на основе категориальных принципов минимальности и инвариантности интегральной математики и принципа унификации в мнемотехнике.

Ключевые слова: методический объект, методология, мнемосхема, компетенция, категория, структурная единица, подгруппа, лингвистическая структура.

Формат цитирования: Ярахмедов Г. А. О мнемосхемах в методологии интегральной математики // Известия Дагестанского государственного педагогического университета. Психолого-педагогические науки. 2024. Т. 18. № 2. С. 114-119. DOI: 10.31161/1995-0659-2024-18-2-114-119

Mnemonic Schemes in the Methodology of Integral Mathematics

Gadziakhmed A. Yarakhmedov

Gamzatov Dagestan State Pedagogical University,
Makhachkala, Russia; e-mail: Yari.85@mail.ru

ABSTRACT. The **aim** is to identify the categorical (most general) properties of connections between methodological objects, to formalize the structural unity of parts of similar objects of different subject areas in the form of certain logical schemes, called mnemonic schemes, which allow remembering basic facts and knowledge about related (affine) or similar (isomorphic) structures and concepts. **Methods.** In achieving this goal, the most effective methods turned out to be complex, systemic and multilingual analysis, which play a key role in constructing the structures of complex methodological objects, facilitating the memorization of their basic properties using mnemonic methods. **Results.** Analyzing educational activities in the context of a competency-based approach, it is proposed to combine cognitive, creative and multilingual components based on mnemonic schemes. By identifying logical diagrams of the structures of basic subject knowledge in mathematics, similarities are revealed in the construction of linguistic structures that play an important role in the digitalization of texts in arbitrary languages. **Conclusions.** The expediency of combining ideas and methods of various subject areas on the basis of logical schemes that are invariant with respect to transitions from one knowledge representation model to another is substantiated. Mnemonic schemes turn out to be

such invariants, and the expansion of the concepts of various subject areas is carried out on the basis of the categorical principles of minimality and invariance of integral mathematics and the principle of unification in mnemonic technology.

Keywords: methodological object, methodology, mnemonic diagram, competence, category, structural unit, semigroup, linguistic structure.

For citation: Yarakhmedov G. A. Mnemonic Schemes in the Methodology of Integral Mathematics. Journal. Psychological and Pedagogical Sciences. 2024. Vol. 18. No. 2. Pp. 114-119. DOI: 10.31161/1995-0659-2024-18-2-114-119 (in Russian)

Введение

В постиндустриальный период развития общества к науке, образованию и, в особенности, к математическому образованию предъявляются требования категориального характера, направленные на выявление общесистемных принципов, методов и подходов в исследованиях методических объектов и процессов различных предметных областей знания. Основные методологические принципы интегральной математики, выделенные нами в контексте педагогического образования [4], можно интерпретировать как принципы универсальности математического образования в смысле использования законов, фактов и символов математики в других науках (в частности, моделировании, обработке данных), причем в более общем контексте они проявляются в виде принципа единства фундаментального и прикладного, теоретического и практического, математического и гуманитарного, а в целом – как принцип профессионально-прикладной направленности математического образования.

Целостное восприятие методических объектов или основных математических знаний в единстве их смысловых и формальных значений, интерпретация на различных моделях их представления с учетом закономерностей психологии мышления личности становится актуальной проблемой математического образования. В особенности это относится к математической подготовке бакалавров педагогического образования. Интегральную математику мы определяем как систему знаний и понятий собственно математики, математических дисциплин, реализующих междисциплинарные и трансдисциплинарные взаимодействия в виде различных схем, структур и их математических моделей. Под методологией интегральной математики понимается методология комплексной науки, включающей методологии составляющих ее различных направлений,

обладающих междисциплинарным характером взаимодействия структурных компонентов образовательной системы, а также методология математического образования, рассматриваемого как учение о логико-конструктивных математических знаний с точки зрения психологии творчества и их реализации в практике. Под математическим образованием понимается система подготовки специалистов высшей квалификации для научно-исследовательской и преподавательской работы в области математики и смежных с ней наук. В таком контексте образования мнемосхему мы рассматриваем как метод запоминания и восстановления информации, основанный на использовании ассоциаций и образов, а также как эффективный инструмент для исследования сложных структур, систем и технологических процессов. Мнемосхемы являются понятиями мнемотехники, представляющей собой совокупность приемов и способов, облегчающих запоминание и увеличивающих объем памяти путем образования искусственных ассоциаций.

Важную роль в выявлении категориальных свойств методических объектов различных предметных областей мы отводим методологическим принципам интегральной математики, на основе которых реализуются методы комплексного, системного и полилингвального анализа структур различных языков представления знания (вербального, визуального, моторного), в том числе и математического. Наиболее удобным инструментом для такого анализа становится мнемосхема, объединяющая в себе ключевые свойства сходных методических объектов различных предметных областей, позволяющая запоминать свойства сложных структур в контексте их целостного восприятия и включения одного понятия в систему других понятий.

Результаты и обсуждение

Как известно, в исследовательской и образовательной деятельности компетент-

ностный подход считается одним из основных подходов, в котором выявляются свойства системности процесса, которые выражаются различными аспектами. Иерархия аспектов в некотором смысле отражает уровень владения определенными знаниями в предметных областях. Некоторые авторы, исследующие образовательный процесс, выделяют различные уровни и компетенции в зависимости от поставленной цели. Так, например, Ю. Г. Кублицкая [3] в исследовательской деятельности выделяет познавательную компетентность с двумя уровнями – адаптивной и продуктивной, причем, при этом познавательная компетентность содержит в себе элемент креативности. В познавательной активности студентов В. А. Далингер [2] предлагает актуализировать компетенции, связанные с активизацией предметной составляющей в направлении усиления компонента школьного математического образования с последующей фундаментализацией знаний.

Основные методологические принципы интегральной математики позволяют в определенной степени объединить и познавательные, и креативные, и полилингвальные компоненты на основе мнемосхем и правил мнемотехники, усиливающие психологический аспект образовательной деятельности. Эти принципы во многом сходны основным принципам построения мнемосхем: соответствия (определенности), ассоциации (анalogии), унификации (единства) – выделения наиболее значимых элементов структуры и их связей. Такой подход к образовательному процессу способствует фундаментализации полученных знаний в различных предметных областях и на различных уровнях представления более сложных понятий посредством активизации когнитивных функций комплексного мышления и связанной с ним схемы онтогносеологической структурной единицы любого знания, объединяющей в единое целое ключевые понятия психологии. Онтогносеологическая структурная единица знания представляется как синтез трех основополагающих психологических фактора (атрибута): мысли (сознания), знака и действия. Эти атрибуты дальше не структурируются, но допускают дальнейшее расширение в виде схем: мысль (сознание) – мышление (размышление, познание) – разум (знание, ум); знак –

значение (содержание) – признак (свойство); действие – способ – способность [5]. Мысль понимается как результат возникновения определенных конфигураций из нейронных структур нервной системы при взаимодействии с другим объектом или внешней средой посредством которых формируется устойчивое восприятие картины внешнего мира, а сознание – способность сохранить мысль на некоторое время. Сохранению мысли на некоторое время и способствуют мнемосхемы. В некотором смысле, аналогии структур нейрона, клетки и атома, как структурных базисных единиц материального и идеального, очевидны. Более того, как известно, любое вещество состоит из определенных структурных (формульных) единиц, а количество вещества – это величина, указывающая на число структурных единиц вещества, например, относительно так называемого числа Авогадро N_A . Это число связано с атомной единицей массы (а.е.м) любого химического элемента равенством $1 \text{ а.е.м.} \times N_A = 1 \text{ г}$. Это равенство играет ключевую роль в исследованиях физико-химических процессов.

В построении мнемосхем базовым числовым множеством будем считать множество натуральных чисел, а базовым лингвистическим множеством – множество букв (алфавит языка) в фонетических языках, множество иероглифов в иероглифических языках. Любая предметная область представляется совокупностью объектов, характеристик объектов и отношений между объектами. Исходя из этого, под простым понятием понимается тройка, состоящая из имени, интенционала и экстенционала понятия. Имя понятия – любой идентификатор; интенционал понятия – множество атрибутов (признаков, свойств) понятия с областями их определения; экстенционал понятия – совокупность кортежей значений, удовлетворяющих интенционалу [1]. Иначе говоря, любое определение понятия характеризуется перечислением его существенных признаков (свойств), присвоением имени и возможностью расширения понятия в родственных структурах. Сложные понятия – это понятия, образованные из ранее определенных понятий применением некоторых логических схем (законов) или правил.

Итак, расширение понятия числа проведем на основе множества натуральных чисел N и по определенной логической схеме, подчиненной правилам мнемотехники. В иерархии системы чисел следующим множеством является множество целых чисел. Целое число определим как упорядоченную пару натуральных чисел (a, b) , и на таком множестве пар из N^2 определим отношение «тильда» $\sim$ следующим образом: $(a, b) \sim (a_1, b_1)$ тогда и только тогда, когда $a + b_1 = b + a_1$. В этом отношении числа a, b_1 назовем внешними элементами, а числа b, a_1 – внутренними. Соответствующую мнемосхему сформулируем так: сумма внешних элементов пар равна сумме внутренних элементов. В более общем контексте операция сложения может быть заменена другой операцией, независимо от того, как ее назовем. Оказывается, отношение $\sim$ является отношением эквивалентности, причем множество эквивалентных пар определяет одно и то же целое число. Например, пары $(5, 3), (6, 4), (7, 5)$ и т. д. определяют целое число 2, а пары вида $(4, 7), (5, 8), (6, 9)$ и т. д. – целое число -3. Любой паре вида (n, n) соответствует число 0. Множество всех эквивалентных пар натуральных чисел вида (a, b) обозначим через Z , и на этом множестве определим операции сложения $\oplus$ и умножения $\times$ следующим образом:

$$(a, b) \oplus (c, d) = (a+c, b+d); (a, b) \times (c, d) = (a.c+b.d, a.d+b.c). \quad (1)$$

Здесь $+$, $-$ это обычные сложение и умножение натуральных чисел. Теперь эти равенства (1) трактуем на языке мнемосхем. А именно, считаем, что сумма пар элементов равна паре, где первый элемент пары определяется суммой первых элементов слагаемых, а второй элемент – суммой вторых элементов пар; произведение пар элементов определяется как пара, первый элемент которой представляет собой сумму произведений первых и вторых элементов пар, а второй элемент – это сумма произведений внешних и внутренних элементов пар. Нетрудно заметить, что схема сложения целых чисел схожа схеме сложения векторов на плоскости, определяемых своими координатами. Такая схема может быть обобщена и на случай больших размерностей пространства. Более того, этой же схемой определяется и сложение комплексных чисел, задаваемых парами чисел – действительной и мнимой частями комплексного числа.

Внутреннее содержание и закономерности взаимодействия элементов почти любой математической структуры определяются законами ассоциативности, коммутативности и дистрибутивности, введенных в произвольном множестве операций. Так, например, если во множестве натуральных чисел N определить операцию сложения, требуя ее ассоциативности, то множество натуральных чисел становится структурой, называемой полугруппой, причем она является минимальной алгебраической структурой. Очевидно, множество натуральных чисел относительно операции умножения также является полугруппой. Тем самым минимальность представляется как фундаментальное свойство любой структуры, и в определенной степени полугруппа в алгебраических структурах выполняет роль атома или клетки (нейрона) в структурах материальных объектов.

Применим эти идеи в лингвистических структурах, где роль множества натуральных чисел играет множество букв, т.е. алфавит произвольного языка. Основными объектами (понятиями) языка являются слова, определяемые буквами. Структурными единицами языка, по аналогии с полугруппами в алгебраических структурах, являются: фонема – минимальная единица звукового строя языка, которая служит для различения смысла слова; лексема – единица словаря языка в совокупности ее словоизменительных форм и значений; морфема – наименьшая значащая часть слова. Тогда с помощью букв и этих минимальных лингвистических структур определяются более сложные понятия и слова. Для этого во множестве слов по определенной логической схеме определяется операция конкатенация или соединение слов. Оказывается, такая операция над словами является ассоциативной и поэтому множество слов некоторого языка L также образует полугруппу. Это означает, что одна и та же мнемосхема определяет структуры понятий различных предметных областей, причем между структурами натуральных чисел и структурами слов и даже языков обнаруживается логическая связь. Эта связь устанавливается с помощью так называемого лексикографического номера. А именно, если в алфавите $A = \{a_1, \dots, a_n\}$ задано слово $x = a_{i_1} \dots a_{i_k}$ длины k , то ему ставится в соответствие натуральное число, равное

$$n^{k-1}i_1 + n^{k-2}i_2 + \dots + ni_{k-1} + i_k. \quad (2)$$

Это число является записью некоторого натурального числа в системе счисления по модулю n . Таким образом, для каждого слова в некотором алфавите существует соответствующее, вполне определенное, натуральное число, и для каждого натурального числа существует соответствующее слово в данном алфавите. Такое представление слов играет важную роль в цифровизации текстов произвольных языков.

Определим мнемосхему, объединяющую основные понятия алгебры, геометрии и комплексного анализа. Предварительно расширим понятие числа. Под рациональным числом будем понимать число, представляемое парой (m, n) , причем m – целое число, а n – натуральное число. В такой модели два рациональных числа (a, b) и (c, d) будем считать равными тогда и только тогда, когда $a \cdot d = b \cdot c$, т. е. равенство рациональных чисел определяется равенством произведений внешних и внутренних элементов пар. Операции сложения $\oplus$ и умножения $\otimes$ рациональных чисел определим следующими схемами:

$$\begin{aligned} (a, b) \oplus (c, d) &= (a \cdot d + b \cdot c, b \cdot d); \\ (a, b) \otimes (c, d) &= (a \cdot c, b \cdot d). \end{aligned} \quad (3)$$

Часто рациональное число (a, b) представляется в виде $\frac{a}{b}$. Если число не представляется в таком виде, то его называют иррациональным числом. Рациональные и иррациональные числа вместе называют множеством действительных чисел.

Паре чисел (a, b) ставим в соответствие направленный отрезок (связанный вектор) с координатами, равными a и b . Тогда свободный вектор представляется как класс $\overline{(a, b)}$ равных направленных отрезков, и сложению $\oplus$ таких классов соответствует сложение $+$ векторов. Далее, из упорядоченных пар чисел составим матрицу второго порядка $\begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$ и сопоставим ей пару чисел с первым элементом, равным сумме произведений строчных элементов, и вторым элементом, равным разности произведений диагональных элементов, т. е. $(ac + bd, ad - bc)$. Первый элемент этой пары соответствует скалярному произведению, а второй элемент – векторному (и даже внешнему) произведению векторов (a, b) и (c, d) . Кроме того, определитель данной матрицы представляет собой ориентированную площадь параллелограмма,

построенного на этих векторах. Векторам, соответствующим парам (a, b) , (c, d) , ставим в соответствие комплексные числа $(a, b) = a + ib$, $(c, d) = c + id$. Тогда сложению пар чисел $\oplus$ соответствует сложение этих комплексных чисел, а умножению комплексных чисел соответствует пара $(ac - bd, ad + bc)$, взаимная с парой, полученной для вышеприведенной матрицы.

Таким образом, устанавливается соответствие между алгебраическими, геометрическими и аналитическими понятиями, построенными по одной и той же логической схеме. Такой переход от одной модели представления к другой решает проблему целостного восприятия методического объекта и развития у студентов креативного и комплексного мышления.

Дальнейшее расширение структуры кольца целых чисел до структуры поля рациональных чисел происходит, применяя схемы операций сложения и умножения (1), (3), и при этом по аналогии с операциями сложения и умножения над парами натуральных чисел определяются операции сложения и умножения над парами целых чисел. В такой системе нулевой элемент представляется как класс $\overline{0} = \overline{(0, 1)}$, а единичный элемент – как класс $\overline{1} = \overline{(1, 1)}$. Тогда в структуре кольца полугруппа по умножению становится коммутативной группой по умножению, и кольцо переходит в поле. Итак, поле – система, состоящая из коммутативных групп по сложению и умножению, причем умножение дистрибутивно относительно сложения. Принцип минимальности в образовании этих структур проявляется в следующем виде. Систему целых чисел можно определить как минимальное кольцо, содержащее полукольцо натуральных чисел. При этом инвариантной структурой является полугруппа, независимо от операции, а инвариантным действием – закон дистрибутивности. Аналогично, система рациональных чисел определяется как минимальное поле, содержащее кольцо целых чисел. В этом случае инвариантной является структура группы, а инвариантным действием – тот же закон дистрибутивности.

Следует отметить, что минимальной порядковой структурой является упорядоченное множество, определяемое как множество с отношением порядка, удовлетворяющим свойству транзитивности. В опре-

деленном смысле минимальные алгебраические (полугруппы), геометрические (топологии) и порядковые (упорядоченные множества) структуры образуют базис во множестве всех математических структур.

Выводы

Знание базисных понятий предметной области и умение выявить структурные единицы в исследованиях методических объектов упрощает процесс восприятия сложных структур. Расширение предметных знаний происходит выделением логических схем межпредметного характера, реализуя их в виде мнемосхем. Каждое по-

следующее расширение структуры происходит с соблюдением основополагающих категориальных принципов интегральной математики - принципов минимальности и инвариантности, тесно связанных с соответствующими методологическими принципами. Эти принципы становятся ключевыми в методологии конструирования мнемосхем в различных предметных областях при запоминании как аналоговой, так и дискретной информации. Методологические и категориальные принципы интегральной математики и принцип унификации в мнемотехнике составляют ядро в математическом образовании в целом.

Литература

1. Гаскаров Д. В. Интеллектуальные информационные системы. Учеб. для вузов. М.: Высш. шк., 2003. 431 с.
2. Далингер В. А. Подготовка учителей математики в условиях новых государственных стандартов по направлению «Педагогическое образование», профиль «Математическое образование» // Современные проблемы науки и образования. 2017. № 1.
3. Кублицкая Ю. Г. Познавательная компетентность как предмет педагогического анализа

// Современные проблемы науки и образования. 2017. № 1.

4. Ярахмедов Г. А. Комплексный подход к математическому образованию в педагогическом вузе: теория и методология: монография. Махачкала: АЛЕФ, 2013. 340 с.

5. Ярахмедов Г. А. О категориальных признаках методических объектов в методологии интегральной математики // Современные наукоемкие технологии. 2022. № 11. С. 239-244.

References

1. Gaskarov D. V. *Intellektualnye informatsionnye sistemy. Ucheb dlya vuzov* [Intelligent information systems. Textbook for universities]. Moscow: Higher. school, 2003. 431 p. (In Russian)
2. Dalinger V. A. *Podgotovra uchitel'yi matematiki v usloviyakh novikh gosudarstvennykh standartov* [Training of mathematics teachers in the context of new state standards in the direction of "Pedagogical education", profile "Mathematical education"]. Modern problems of science and education. 2017. No. 1. (In Russian)
3. Kublitskaya Yu. G. *Poznavatel'naya kompetentnost kak predmet pedagogicheskogo analiza* [Cognitive competence as a subject of pedagogical analysis]. Modern problems of science and education. 2017. No. 1. (In Russian)

4. Yarahmedov G. A. *Kompleksnyi podkhod k matematicheskomu obrazovaniyu v pedagogicheskom vuze* [An integrated approach to mathematical education in a pedagogical university: theory and methodology: monograph]. Makhachkala: ALEF, 2013. 340 p. (In Russian)

5. Yarahmedov G. A. *O kategorial'nykh priznakakh metodicheskikh obektov v metodologii integral'noy matematiki* [On categorical features of methodological objects in the methodology of integral mathematics]. Modern science-intensive technologies. 2022. No. 11. Pp. 239-244. (In Russian)

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Принадлежность к организации

Ярахмедов Гаджихмед Абдулганиевич, кандидат физико-математических наук, доцент, профессор РАЕ, кафедра высшей математики, Дагестанский государственный педагогический университет им. Р. Гамзатова, Махачкала, Россия; e-mail: Yari.85@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Affiliations

Gadzhikhmed A. Yarahmedov, Ph. D. (Physical and Mathematical), associate professor, Professor of RAE, the chair of Higher Mathematics, Gamzatov Dagestan State Pedagogical University, Makhachkala, Russia; e-mail: Yari.85@mail.ru