4. Sharygin I. F., Gordin R. K. *Sbornik zadach po geometrii. 5000 zadach s otvetami.* [Collection of problems in geometry. 5000 tasks with answers]. Moscow, AST Publishers, 2001, 400 p. (in Russian)

5. Shikova L. R. *Issledovatel'skaya deyatel'nost' shkol'nikov v processe resheniya geometricheskih zadach*. [Research activity of schoolchildren in the process of solving geometric problems]. Mathematics in school. Journal, 1995, no. 4, pp. 45-50 (in Russian).

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ
Принадлежность к организации

Гаджимурадов Мадрид Абдуллаевич, кандидат физико-математических наук, профессор, кафедра высшей математики, Дагестанский государственный педагогический университет, Махачкала, Россия, matanaliz-dgpu@mail.ru

Гаджиагаев Шарафудин Сираджудинович, кандидат педагогических наук, доцент, кафедра высшей математики, Дагестанский государственный педагогический университет, Махачкала, Россия, sharafudin79@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS
Affiliations

Madrid A. Gadzhimuradov, Ph. D. (Physics and Mathematics), professor, chair of Higher Mathematics, Dagestan State Pedagogical University, Makhachkala, Russia, matanaliz-dgpu@mail.ru

Sharafudin S. Gadzhiagaev, Ph. D. (Pedagogy), associate professor, chair of Higher Mathematics, Dagestan State Pedagogical University, Makhachkala, Russia, sharafudin79@mail.ru

Принята в печать 05.05.2023

Received 05.05.2023

Педагогические науки / Pedagogical Science
Оригинальная статья / Original Article
УДК 378.14
DOI: 10.31161/1995-0659-2023-17-2-20-26

Развитие научного мышления у учащихся основной школы через решение определенных типов олимпиадных математических задач

© 2023 Калинова Ю. А.[1], Подходова Н. С.[2]
[1]ГБОУ Лицей № 344,
Санкт-Петербург, Россия, kalinova.1974@list.ru
[2]Российский государственный педагогический университет
им. А. И. Герцена, Санкт-Петербург, Россия, podhodova@gmail.com

РЕЗЮМЕ. Целью исследования является разработка электронного образовательного ресурса, направленного на развитие научного мышления учащихся основной школы посредством решения определенных типов олимпиадных математических задач. **Методы.** При разработке данного курса применялись задачный и индуктивный методы обучения, а также деятельностный и системный подходы в обучении. **Результаты.** Разработан курс с 5 по 9 классы, состоящий из цепочек взаимосвязанных задач, позволяющий обучаться самостоятельно. **Выводы.** Делается заключение о том, что средством развития научного мышления учащихся могут быть олимпиадные математические задачи, если использовать рассмотренную методику обучения.

Ключевые слова: научное мышление, олимпиадные математические задачи, обучение через задачи, цепочки взаимосвязанных задач, электронный образовательный ресурс

Формат цитирования: Калинова Ю. А., Подходова Н. С. Развитие научного мышления у учащихся основной школы через решение определенных типов олимпиадных математических задач // Известия Дагестанского государственного педагогического университета. Психолого-педагогические науки. 2023. Т. 17. № 2. С. 20–26. DOI: 10.31161/1995-0659-2023-17-2-20-26

The Development of Scientific Thinking of Middle School Students by Means of Solving the Certain Types of Olympiad Mathematical Problems

© 2023 **Julia A. Kalinova[1], Natalya S. Podhodova[2]**
[1]Lyceum no. 344, Saint Petersburg, Russia, kalinova.1974@list.ru
[2]Herzen State Pedagogical University of Russia, Saint Petersburg, Russia, podhodova@gmail.com

ABSTRACT. The aim of the study is to develop an electronic educational resource aimed at developing the scientific thinking of the middle school students by solving the certain types of Olympiad mathematical problems. Methods. When developing this course, task and inductive teaching methods were used, as well as activity and system approaches to teaching. Results. A course has been developed for grades 5 to 9, consisting of chains of interrelated tasks that allow you to learn independently. Conclusions. It is concluded that Olympiad mathematical problems can be a means of developing the scientific thinking of students, if the considered teaching methodology is used.

Keywords: scientific thinking, Olympiad mathematical problems, learning by solving the tasks, chains of interrelated problems, electronic educational resource

For citation: Kalinova Yu. A., Podhodova N. S. The development of scientific thinking of middle school students by means of solving the certain types of Olympiad mathematical problems. Dagestan State Pedagogical University. Journal. Psychological and Pedagogical Sciences, 2023, vol. 17, no. 2, pp. 20-26. DOI: 10.31161/1995-0659-2023-17-2-20-26 (in Russian)

Введение

В современной человеческой цивилизации все большую роль играют научные достижения в различных областях знания. Особое значение приобретают математические и инженерные специальности. Для подготовки научных кадров нужно уже в школе начинать развивать способности учащихся к научной работе. По мнению психологов, для совершения научных открытий человеку необходимо обладать научным мышлением – мышлением, направленным на познание общих законов, которым подчиняется природа, и соответствующим критериям доказательности, объективности, системности. Поэтому актуальной является разработка содержания обучения, направленного на развитие научного мышления учащихся, а также методов и форм работы с этим содержанием.

В психологии и педагогике встречаются исследования, направленные на формирование научного или теоретического мышления, научной картины мира, научного мировоззрения и т. д. Так, в исследованиях Л. А. Микешиной [3], С. А. Черновой, Н. И. Боциевой это делается на материале естественно-научных предметов. В диссертации Д. А. Татаринова задействован в какой-то мере материал по математике [5]. Автор на интегрированном математическом кружке в 5-6 классах использует практико-ориентированные задания, при решении которых применяются знания из естественных наук и школьной математики. Других диссертаций по развитию научного мышления учащихся при обучении математике нами не обнаружено.

В основном для развития научного мышления при изучении математики организуется учебно-исследовательская деятельность, в процессе которой учащиеся разрабатывают и защищают научные проекты. Особый интерес представляет работа над научными проектами, организованная в математической школе И. А. Чистякова. В рамках этой работы учащимся удается получать новые результаты в области математики. Но такая деятельность требует большой подготовки и развитости способностей учащихся, поэтому она доступна не всем учащимся.

В педагогике формированию теоретического мышления в начальной школе посвящена теория развивающего обучения (Д. Б. Эльконин, В. В Давыдов). Особое внимание в ней уделяется развитию произвольности психических процессов, анализа, планирования, рефлексии. В диссертации В. Л. Соколова сделана попытка перенести идеи развивающего обучения на школьный курс математики в 5-6 классах. Для этого на уроках математики им используются задачи квазиисследовательского типа [4].

В основной школе разрабатываются различные методы развития теоретического мышления учащихся. С этой целью предлагается изучать формальную логику, аксиоматические теории и т. д. По мнению методистов, развитию теоретического мышления учащихся способствует обучение их нахождению общего способа решения задачи. Для этого используются уравнения, неравенства, текстовые задачи и т. д., в которых фигурируют не конкретные числовые данные, а параметры. В рамках этого подхода у учителя есть возможность управлять процессом обучения и развития способностей учащихся и прогнозировать результат. Но данный материал, с нашей точки зрения, недостаточно разнообразен.

Как показала наша работа в кружке, средством развития научного мышления могут быть олимпиадные математические задачи. С их помощью можно обучать учащихся выявлению общих законов, поскольку большинство таких задач направлено на поиск закономерности, которой подчиняются некоторые объекты.

Совершенствованию методики подготовки учащихся к олимпиадам по математике на примере 3–5 классов посвящена диссертация М. И. Баишевой [1]. Автором разрабатывается методика обучения, основанная на поэтапном решении опорных, аналогичных и развивающих задач на занятиях математического кружка, а также на проведении школьных и межшкольных соревнований, в том числе с использованием средств ИКТ. Методической системе подготовки к математическим олимпиадам в техническом вузе посвящена диссертация О. Н. Шамайло [6]. В этом исследовании разрабатывается метод обучения студентов решению нестандартных олимпиадных задач. Он состоит в предъявлении каждой задачи в двух однотипных вариантах – А и Б, причем задача А снабжена решением, а задача Б – только ответом. Студенту предлагается решить задачу А и либо сверить свое решение с данным, либо изучить данное решение и затем решить задачу Б.

Организация работы математического кружка в 5–7 классах описывается в диссертации Е. Л. Мардахаевой [2]. В исследовании разработана программа математического кружка в системе ДМО учащихся 5–7 классов с использованием активных форм работы учащихся. Автором разработан также спецкурс для студентов педвуза, обеспечивающий подготовку будущего учителя математики к организации кружковой работы учащихся этих классов.

Таким образом, анализ литературы показывает, что не существует диссертаций и других работ, изучающих возможности использования олимпиадной математики как средства развития научного мышления. Нет серьезных разработок в области методики обучения решению олимпиадных математических задач. Вышесказанное свидетельствует об актуальности темы исследования, направленного на овладение учащимися основной школы методами научного познания через решение определенных типов олимпиадных математических задач.

Работа с такими задачами позволяет формировать различные свойства научного мышления: системность, обоснованность, критичность, креативность и т. д., а также обучать методам научного познания, таким как анализ, абстрагирование, эксперимент, гипотетико-дедуктивный метод и др. Для этого наборы олимпиадных задач должны состоять из цепочек взаимосвязанных задач. Решение таких цепочек задач учит школьников выявлять закономерности. Чтобы найти закономерность, которой подчиняются описанные в задаче объекты, нужна математическая интуиция. Интуиция основана на подсознательной переработке полученной ранее информации. Как показывает история науки и техники, значительное число открытий или изобретений связано с опытом и действием «подсказки», которая служит «пусковым механизмом» для интуиции. Необходимо обучать учащихся находить подсказки в своем прошлом опыте. Для этого мы используем цепочки взаимосвязанных задач, в которых предыдущие задачи являются подсказками для последующих.

Во всех регионах нашей страны есть дети, склонные к научной работе. Такой ребенок может быть заинтересован в занятиях олимпиадной математикой. Но он может не найти преподавателя, владеющего таким материалом. Поэтому целесообразно применять современные технологии, позволяющие интересующимся учащимся, а возможно, и преподавателям, желающим освоить олимпиадную математику, заниматься самообразованием в этой области. Поэтому целесообразно организовать электронный образовательный ресурс, который учащийся может использовать самостоятельно, без участия преподавателя. Процесс обучения в течение учебного года делится на этапы (на один этап отводится одна неделя). На каждом этапе предлагается для самостоятельного решения несколько задач. К любой задаче прилагается пять вариантов ответа, один из которых верный. После того как учащийся решил задачи, ему необходимо выбрать верные ответы среди предложенных вариантов и послать их на проверку. После окончания этапа учащийся узнает, какие задачи он решил правильно, а в каких ошибся. После этого он может посмотреть видео с разбором задач, которые он решал. Далее начинается следующий этап. Таким образом, один этап сменяется другим в течение всего учебного года на протяжении пяти лет.

В начале и в конце каждого учебного года учащиеся проходят тест на научное мышление. По результатам данного теста можно будет судить об эффективности данного курса.

Материалы и методы

Мы разработали и апробировали такой курс в работе математического интернет-кружка на базе ГБОУ Лицей № 344 (Санкт-Петербург). Познакомиться с кружком можно по ссылке: vk.com/@756083057-matematicheskii-internet-kruzhok-v-344-licee

На занятиях математического кружка было организовано обучение математическому материалу через задачи: перед учащимися ставятся последовательно одна за другой посильные задачи, решение которых дает им новые знания. При этом полезно составлять цепочки взаимосвязанных задач, в которых предыдущие задачи являются подсказками для последующих.

Один из типов олимпиадных задач, которые мы предлагаем на кружке, – это задачи на деление с остатком, при решении которых строится последовательность из некоторых элементов. Чтобы решить такую задачу, нужно выявить в последовательности повторяющийся фрагмент и установить, сколько раз он повторяется. Задачи этого типа можно разделить на два вида.

Первый вид. *Задачи, в которых очевидно, что существует повторяющийся фрагмент*

Рассмотрим задачу первого вида.

Задача. Маша рисует цветных зайчиков: сначала синего, потом красного, потом зеленого, потом желтого, снова синего, красного, зеленого, желтого и так далее. Какого цвета будет 75-й зайчик?

Рассмотрим последовательность из 75 зайчиков (в последовательности буквы: С, К, З и Ж – обозначают синего, красного, зеленого и желтого зайчиков соответственно). Очевидно, что фрагмент из четырех элементов: С К З Ж будет повторяться снова и снова. 75 = 18 * 4 + 3. Поэтому последовательность будет выглядеть так:

С К З Ж, С К З Ж, С К З Ж, …, С К З Ж, С К З

Следовательно, 75-й зайчик будет зеленым.

Второй вид. *Задачи, в которых не очевидно, что существует повторяющийся фрагмент*

Рассмотрим задачу второго вида.

Задача. В ряд стоят три коробки, в каждой по 55 конфет. Я беру по одной конфете из каждой коробки в таком порядке: левая, центральная, правая, центральная, левая, центральная и так далее до тех пор, пока в центральной коробке не закончатся конфеты. В одной из двух крайних коробок осталось больше конфет. Сколько?

Рассмотрим последовательность из коробок (в последовательности символы: Л, Ц, П – обозначают левую, центральную и правую коробки соответственно). Не очевидно, что в этой последовательности будет повторяться фрагмент из четырех элементов: Л Ц П Ц. Этот фрагмент содержит две буквы Ц. Число 55 = 27 * 2 + 1. Поэтому последовательность будет выглядеть так:

Л Ц П Ц, Л Ц П Ц, …, Л Ц П Ц, Л Ц

Значит, из левой коробки возьмут 28 конфет, из правой – 27. Больше конфет останется в правой коробке, их будет 28.

Из таких задач можно построить цепочку, состоящую из трех частей.

Первая часть. *Задачи, при решении которых возникает короткая последовательность, которую можно полностью написать*

Задача. Коля пишет знаки арифметических действий в таком порядке: плюс, минус, умножить, потом снова плюс, минус, умножить и так далее. Всего он написал 20 знаков. Сколько среди этих знаков плюсов?

Чтобы решить такую задачу, можно просто написать строчку из 20 знаков и непосредственно сосчитать, сколько среди них плюсов:

+ – Ч + – Ч + – Ч + – Ч + – Ч + – Ч + –

Как видно, в строчке 7 плюсов.

Вторая часть. *Задачи, при решении которых возникает длинная последовательность, в которой наличие повторяющегося фрагмента очевидно*

Задача. Квадрат со стороной 1 катят по прямой, перекатывая через вершину (рис. 1). Какая цифра будет в треугольнике, отмеченном знаком вопроса?

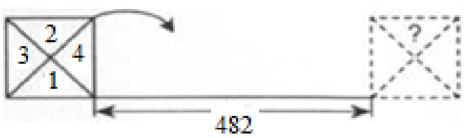

Рис. 1

Решая такую задачу, можно написать начало последовательности из цифр, которые будут появляться в верхнем треугольнике при переворачивании квадрата.

3 1 4 2 3 1 4 2 3 1 4 2 3 1 4 2 3 1 4 2 …

В этой последовательности снова и снова повторяется фрагмент: 3 1 4 2. Повторяющиеся фрагменты можно отделить друг от друга запятыми.

3 1 4 2, 3 1 4 2, 3 1 4 2, …

Повторяющийся фрагмент состоит из четырех элементов. Поэтому нужно делить 482 на 4. Получается: 482 = 120 * 4 + 2. Значит, в последовательности будет 120 раз повторяться фрагмент: 3 1 4 2. И в конце будут оставшиеся два элемента: 3 1. Последовательность из 482 элементов можно изобразить так.

3 1 4 2, 3 1 4 2, …, 3 1 4 2, 3 1

После того как кубик перевернется 482 раза, он перевернется еще один раз и займет положение, изображенное на рисунке пунктиром. При этом в верхнем треугольнике окажется цифра 4.

Задача. Таня прыгает вдоль дорожки. Сначала она делает 2 прыжка на левой ноге, потом 2 на правой, потом 2 прыжка на двух ногах, а потом повторяет все сначала. Какими будут 76-й и 77-й прыжки?

Рассмотрим последовательность из 77 прыжков (в последовательности символы: Л, П и Д – обозначают прыжки на левой, правой и двух ногах соответственно). Очевидно, что в этой последовательности будет повторяться фрагмент из шести элементов: Л Л П П Д Д. Число 77 = 12 * 6 + 5. Поэтому последовательность будет выглядеть так:

Л Л П П Д Д, Л Л П П Д Д, Л Л П П Д Д, …, Л Л П П Д Д, Л Л П П Д

Значит, 76-й и 77-й прыжки – это прыжки на правой и двух ногах соответственно.

Третья часть. *Задачи, при решении которых возникает длинная последовательность, в которой наличие повторяющегося фрагмента не очевидно.*

Задача. Начнем считать пальцы на руке следующим образом: пусть 1-м будет большой, 2-м – указательный, 3-м – средний, 4-м – безымянный, 5-м – мизинец, 6-м – снова безымянный, 7-м – средний, 8-м – указательный, 9-м – большой, 10-м – указательный и так далее. Какой палец будет 348-м?

Рассмотрим начало последовательности из пальцев (в последовательности буквы: Б, У, С, б, М – обозначают большой, указательный, средний, безымянный пальцы и мизинец соответственно).

Б У С б М б С У Б У С б М б С У Б У …

В данной задаче не очевидно, что фрагмент из восьми элементов: Б У С б М б С У будет повторяться снова и снова. Но это так. 348 = 43 * 8 + 4. Если между повторяющимися фрагментами поставить запятые, последовательность из 348 пальцев будет выглядеть следующим образом:

Б У С б М б С У, Б У С б М б С У, …, Б У С б М б С У, Б У С б

Поэтому 348-й палец будет безымянным.

Задача. Определите последнюю цифру числа 22^{222}.

Рассмотрим последовательность из последних цифр первых 222-х степеней двойки. Не очевидно, что в этой последовательности будет повторяться фрагмент из четырех элементов: 2 4 8 6. Число 222 =

$55 * 4 + 2$. Поэтому последовательность будет выглядеть так:

2 4 8 6, 2 4 8 6, …, 2 4 8 6, 2 4

Значит, число 22^{222} оканчивается на 4.

Предполагается, что такие задачи школьники будут решать в основном самостоятельно. Но способы решения одной задачи оказывают существенное влияние на самостоятельный поиск решения другой. Поэтому цепочки взаимосвязанных задач позволяют обучать школьников находить подсказки в своем прошлом опыте.

Результаты и обсуждение

Разработанный курс включает цепочки взаимосвязанных задач разных типов. Он основан на деятельностном подходе в обучении, а именно выстраивании процесса обучения, при котором центральное место отведено самостоятельной познавательной деятельности учащихся. Развитие учащегося происходит в процессе его собственной деятельности, направленной на открытие нового для него знания.

Применяется индуктивный метод обучения – выбор логики раскрытия содержания изучаемой темы от частного к общему. Индуктивный метод занимает особое место в научном познании и включает в себя, в первую очередь, накопление экспериментальной информации. Эти сведения выступают как база для дальнейших обобщений, оформленных в виде научных гипотез, классификаций и т. д.

В курсе этот процесс имитируется. Изучая курс, учащиеся движутся от частных положений к более общим, к выводам и обобщениям. При этом используется задачный метод обучения – весь материал курса раскрывается через задачи. Перед учащимися ставятся последовательно одна за другой посильные задачи, решение которых дает им новые знания. Усвоение материала курса через последовательное решение задач происходит в едином процессе приобретения новых знаний и их немедленного применения.

Курс представляет собой систему – совокупность цепочек взаимосвязанных задач. Он реализуется на электронном образовательном ресурсе, который может применяться на практике.

Выводы

Необходимо развивать научное мышление учащихся. В качестве средства развития научного мышление впервые используются олимпиадные математические задачи. Курс по олимпиадной математике состоит из набора цепочек взаимосвязанных задач.

Разработанный электронный образовательный ресурс позволяет учащемуся осваивать данный курс самостоятельно, без участия преподавателя.

Список источников

1. Баишева М. И. Совершенствование методики подготовки учащихся к олимпиадам по математике: на примере 3–5 классов. Дисс. … канд. пед. наук. М., 2004. 217 с.

2. Мардахаева Е. Л. Математический кружок в системе дополнительного математического образования учащихся 5–7 классов основной школы. Дисс. … канд. пед. наук. М., 2001. 242 с.

3. Микешина Л. А. Философия науки: Современная эпистемология. Научное знание в динамике культуры. Методология научного исследования: учеб. пособие. М.: Прогресс-Традиция: МПСИ: Флинта, 2005. 463 с.

4. Соколов В. Л. Развитие теоретического мышления младших подростков (на материале обучения математике). Дисс. … канд. пед. наук. М., 2003. 148 с.

5. Татаринов Д. А. Формирование основ научного мировоззрения учащихся 5-6 классов на интегрированных занятиях математического кружка. Дисс. … канд. пед. наук. Тула, 2013. 182 с.

6. Шамайло О. Н. Методическая система подготовки к математическим олимпиадам в техническом вузе. Дисс. … канд. пед. наук. Астрахань, 2009. 205 с.

References

1. Baisheva M. I. *Sovershenstvovanie metodiki podgotovki uchashchihsya k olimpiadam po matematike: na primere 3-5 klassov.* [Improving the methods of preparing students for Olympiads in mathematics: on the example of grades 3-5]. Ph. D. thesis. Moscow, 2004, 217 p. (in Russian)

2. Mardakhaeva E. L. *Matematicheskij kruzhok v sisteme dopolnitel'nogo matematicheskogo obrazovaniya uchashchihsya 5-7 klassov osnovnoj shkoly.* [Mathematical circle in the system of additional mathematical education for students of grades 5-7 of primary school]. Ph. D. thesis. Moscow, 2001, 242 p. (in Russian)

3. Mikeshina L. A. *Filosofiya nauki: Sovremennaya epistemologiya. Nauchnoe znanie v dinamike kul'tury. Metodologiya nauchnogo issledovaniya: uchebnoe posobie.* [Philosophy of Science: Modern Epistemology. Scientific knowledge in the dynamics of culture. Methodology of scientific research]. Moscow, Progress-Tradiciya Publ., Moskovskij psihologo-social'nyj universitet Publ., Flinta Publ., 2005, 463 p. (in Russian)

4. Sokolov V. L. *Razvitie teoreticheskogo myshleniya mladshih podrostkov (na materiale obucheniya matematike).* [Development of theoretical thinking of younger teenagers (based on the material of teaching mathematics)]. Ph. D. thesis. Moscow, 2003, 148 p. (in Russian)

5. Tatarinov D. A. *Formirovanie osnov nauchnogo mirovozzreniya uchashchihsya 5-6 klassov na integrirovannyh zanyatiyah matematicheskogo kruzhka.* [Formation of the foundations of the scientific worldview of 5th-6th grade students in integrated classes of the mathematical circle]. Ph. D. thesis. Tula, 2013, 182 p. (in Russian)

6. Shamailo O. N. *Metodicheskaya sistema podgotovki k matematicheskim olimpiadam v tekhnicheskom vuze*. [Methodical system of preparation for mathematical Olympiads in a technical university]. Ph. D. thesis. Astrakhan, 2009. 205 p. (in Russian)

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Принадлежность к организации

Калинова Юлия Александровна, учитель математики, ГБОУ Лицей № 344, Санкт-Петербург, Россия, olgaspuperlove@mail.ru

Подходова Наталья Семеновна, доктор педагогических наук, профессор, кафедра методики обучения математике и информатике, Российский государственный педагогический университет им. А. И. Герцена, Санкт-Петербург, Россия. podhodova@gmail.com

Принята в печать 20.05.2023

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Affiliations

Yulia A. Kalinova, mathematics teacher, Lyceum no. 344, Saint Petersburg, Russia, kalinova.1974@list.ru,

Natalya S. Podhodova, D. Sc. (Pedagogy), professor, chair of Methods of Teaching Mathematics and Computer Science, Herzen State Pedagogical University of Russia, Saint Petersburg, Russia, podhodova@gmail.com

Received 20.05.2023