

Педагогические науки / Pedagogical Science
Оригинальная статья / Original Article
УДК 372.851
DOI: 10.31161/1995-0659-2023-17-2-17-20

Проблемы решения геометрических задач на вычисление

© 2023 Гаджимурадов М. А., Гаджиагаев Ш. С.
Дагестанский государственный педагогический университет,
Махачкала, Россия, matanaliz-dgpu@mail.ru,
sharafudin79@mail.ru

Резюме. Цель – проанализировать основные трудности, с которыми сталкиваются учащиеся при решении геометрических задач на вычисление, и пути преодоления этих трудностей. **Методы.** Комбинированные аналитико-синтетические методы, аналогия и обобщение. **Результаты.** Определены трудности, возникающие у учеников при решении геометрических задач, приведены примеры задач на вычисление и указаны пути преодоления трудностей. **Выводы.** Определено, что основная трудность, с которой встречаются ученики при решении вычислительной геометрической задачи, связана с подбором нужной теоремы или формулы.

Ключевые слова: задача на вычисление, планиметрический рисунок, стереометрический рисунок, теорема, пространственная форма

Формат цитирования: Гаджимурадов М. А., Гаджиагаев Ш. С. Проблемы решения геометрических задач на вычисление // Известия Дагестанского государственного педагогического университета. Психолого-педагогические науки. 2023. Т. 17. № 2. С. 17–20. DOI: 10.31161/1995-0659-2023-17-2-17-20

Aspects of Solving the Geometric Calculation Problems

© 2023 Madrid A. Gadzhimuradov, Sharafudin S. Gadjiagaev
Dagestan State Pedagogical University,
Makhachkala, Russia, matanaliz-dgpu@mail.ru,
sharafudin79@mail.ru

ABSTRACT. The aim is to analyze the main difficulties faced by students and ways to overcome these difficulties. **Methods.** Combined analytical and synthetic methods, analogy and generalization. **Results.** The authors listed the difficulties encountered by students in solving geometric problems, gave examples of computational problems and indicated ways to overcome difficulties. **Conclusions.** The main difficulty that students encounter when solving a computational geometric problem is related to the selection of the necessary theorem or formula.

Keywords: calculation problem, planimetric drawing, stereometric drawing, theorem, spatial form

For citation: Gadzhimuradov M. A., Gadjiagaev Sh. S. Aspects of solving the geometric calculation problems. Dagestan State Pedagogical University. Journal. Psychological and Pedagogical Sciences, 2023, vol. 17, no. 2, pp. 17-20. DOI: 10.31161/1995-0659-2023-17-2-17-20 (in Russian)

Введение

Решая геометрическую задачу на вычисление, ученик, кроме трудностей вычислительного характера, встречается с трудностями, обусловленными спецификой геометрической задачи [3].

При решении любой арифметической задачи ученик обычно ищет ту зависимость, которая нужна для решения, в самом тексте задачи и не интересуется тем, что дается вне его. Примерно так же обстоит дело при составлении и решении уравнения по алгебре.

Совершенно другая ситуация складывается в случае с задачей по геометрии, прежде всего вычислительного характера: ученик должен хорошо знать целый ряд формул, различных теорем. Зависимости и отношения, которые ему нужны для решения задачи, он должен выбирать из множества различных теорем, не имеющих в тексте задачи. А это достаточно сложная проблема для ученика [5].

Другая специфическая проблема геометрической задачи связана с рисунком. Рисунок, с одной стороны, конкретизирует те элементы, о которых речь идет в условии задачи, с другой стороны, помогает ученику найти отношения и зависимости между элементами, данными в условии задачи [4].

Материалы и методы

Остановимся более подробно на каждой из указанных выше проблем. Дается геометрическая задача на вычисление. В первую очередь учащемуся надо четко представить себе абстрактную форму фигуры, о которой идет речь в тексте задачи. К сожалению, часто ученику трудно вообразить эту пространственную форму. Рассмотрим задачу: шар касается основания ABC правильной треугольной пирамиды $SABC$ в точке B и ее бокового ребра SA . Найдите радиус шара [2].

Прежде чем приступить к решению, ученик в голове должен четко представлять себе положение шара и пирамиды в пространстве. Многим учащимся это сложно сделать, а тем более нарисовать. Если ученик не может представить взаимное расположение пирамиды и шара, то он не найдет зависимости между радиусом шара и высотой пирамиды. Нередко решение усложняется тем, что взаимное расположение этих фигур надо изобразить на рисунке.

Приведем пример еще одной задачи: диагонали ромба 15 см и 20 см. Шаровая поверхность касается всех его сторон. Радиус шара 5 см. Вычислите расстояние от центра шара до плоскости ромба.

Ученик может представить себе пространственное расположение фигур в этой задаче, но ему трудно выполнить рисунок. Неверно выполненный рисунок может только усложнить решение задачи. Не гарантирует получения ответа и правильный рисунок, так как надо еще уметь его анализировать, представить в виде комбинации планиметрических чертежей и найти необходимую зависимость между элементами

пространственной формы. Это является основной трудностью – выделение из общего рисунка отдельных его частей и нахождение соответствующей зависимости. Сказанное выше можно подтвердить примерами.

Результаты и обсуждение

Задача. Около шара описан усеченный конус, площадь одного основания которого в 4 раза больше площади другого. Найдите угол между образующей конуса и плоскостью его основания [2].

При решении этой задачи сразу можно перейти к планиметрическому рисунку: вписать в трапецию окружность. Заметит ли ученик этот переход? Но и этого недостаточно. Если на рисунке трапеции ученик не увидит отдельные точки – вершины, из которых проведены равные касательные, то он не решит задачу. Таким образом, ученика надо научить проводить более полный анализ – на общем рисунке уметь выделять и анализировать отдельные его части.

Другая серьезная трудность в решении геометрической задачи связана с дополнительными линиями, вспомогательными построениями. Возьмем такую задачу: диагонали трапеции равны 3 и 5, а отрезок, соединяющий середины оснований, равен 2. Найдите площадь трапеции [1].

При решении этой задачи с помощью вспомогательных построений вычисление площади трапеции сводится к вычислению площади прямоугольного треугольника. Дополнительные линии надо проводить так, чтобы получить необходимую форму, что чрезвычайно трудно. Для выработки навыка поиска и выполнения таких построений нужна соответствующая методическая подготовка учащихся.

Другая проблема, с которой встречаются учащиеся при решении вычислительной геометрической задачи, связана с подбором нужной теоремы или формулы. Есть категория основных теорем, которые обстоятельно прорабатываются на уроках и в учебнике и которые учащиеся могут сформулировать и использовать при решении задач. Трудность заключается в выборе нужной для данной задачи теоремы среди большого количества хорошо знакомых теорем. Например, задача: на поверхности шара даны точки A , B , C . Радиус шара равен 13 см. Найти расстояние от

центра шара до плоскости, проходящей через точки A, B, C [4].

Текст задачи не содержит подсказки, какую конкретную теорему следует применить. По условию получается треугольная пирамида с основанием ABC , вершина S которой совпадает с центром шара. У полученной пирамиды боковые ребра SA, SB, SC равны радиусу шара. Только ученик с опытом анализа геометрических рисунков догадается, что следует использовать теорему о равенстве проекций равных наклонных. И эти проекции будут равны радиусу окружности около треугольника ABC .

Задача осложняется, если ее решение опирается на теорему, которая не входит в группу основных теорем. Многие такие второстепенные теоремы часто остаются без внимания учителя и учащихся. И при отсутствии опыта по применению таких теорем ученик оказывается в затруднительном положении.

Другая сложность связана с тем, что решение геометрической задачи иногда приходится увязывать не с теоремой, а с какой-то предыдущей задачей. Например, в контрольно-измерительных материалах ЕГЭ встречается следующая задача: диагональ AC прямоугольника $ABCD$ с центром O образует со стороной AB угол 30° . Точка E лежит вне прямоугольника, причём $\angle BEC =$

120° . Прямая OE пересекает сторону AD прямоугольника в точке K . Найдите EK , если известно, что $BE = 40$ и $CE = 24$.

При решении этой задачи следует использовать формулу для вычисления биссектрисы угла по двум сторонам и углу между ними. Если ученик при прохождении соответствующей темы не решал задачи на использование этой формулы, если он не знаком с упомянутой формулой, то вряд ли решит подобные задачи.

Выводы

Решение планиметрических задач на вычисление вызывает у учащихся разные трудности, но серьезного методического анализа этих трудностей нет и их не всегда учитывают авторы школьных учебников при составлении задач.

При решении геометрической задачи особое внимание необходимо уделять планиметрическому рисунку, который должен быть выполнен с соблюдением правильных соотношений между элементами фигуры в соответствии с условием задачи. Несоответствие рисунка условию задачи может привести к ее неправильному решению. При изучении же стереометрии учитель должен научить учеников сопровождать пространственные стереометрические рисунки планиметрическими рисунками отдельных частей, элементов фигуры.

Список источников

1. Александров А. Д., Вернер А. Л., Рыжик В. И. Геометрия для 7–9 классов. М.: Просвещение, 2003. 272 с.

2. Гаджимурадов М. А. Практикум по элементарной геометрии. Махачкала: Алеф, 2020. 126 с.

3. Гаджимурадов М. А., Гаджимурадов Б. М., Гаджиева З. Д. О причинах затруднений при решении геометрических задач ЕГЭ по математике профильного уровня // Известия Дагестан-

ского государственного педагогического университета. Психолого-педагогические науки. 2021. Т. 15. № 4. С. 70–73.

4. Шарыгин И. Ф., Гордин Р. К. Сборник задач по геометрии. 5000 задач с ответами. М.: ООО «Издательство Астрель»: ООО «Издательство АСТ», 2001. 400 с.

5. Шикова Л. Р. Исследовательская деятельность школьников в процессе решения геометрических задач // Математика в школе. 1995. № 4. С. 45–50.

References

1. Alexandrov A. D., Werner A. L., Ryzhik V. I. *Geometriya dlya 7–9 klassov*. [Geometry for grades 7–9]. Moscow, Prosveshchenie Publ., 2006, 272 p. (in Russian)

2. Gadzhimuradov M. A. *Praktikum po elementarnoj geometrii*. [Practicum on elementary geometry]. Makhachkala, Alef Publ., 2020, 126 p. (in Russian)

3. Gadzhimuradov M. A., Gadzhimuradov B. M., Gadzhieva Z. D. *O prichinah zatrudnenij pri reshenii geometricheskikh zadach EGE po matematike profil'nogo urovnya*. [On the reasons for the weak solvability of geometric problems of the Unified State Exam in mathematics of the profile level]. Dagestan State Pedagogical University. Journal. Psychological and Pedagogical Sciences, 2021, vol. 15, no. 4, pp. 70–73 (in Russian).

4. Sharygin I. F., Gordin R. K. *Sbornik zadach po geometrii. 5000 zadach s otvetami*. [Collection of problems in geometry. 5000 tasks with answers]. Moscow, AST Publishers, 2001, 400 p. (in Russian)

5. Shikova L. R. *Issledovatel'skaya deyatel'nost' shkol'nikov v processe resheniya geometricheskikh zadach*. [Research activity of schoolchildren in the process of solving geometric problems]. *Mathematics in school. Journal*, 1995, no. 4, pp. 45-50 (in Russian).

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Принадлежность к организации

Гаджимурадов Мадрид Абдуллаевич, кандидат физико-математических наук, профессор, кафедра высшей математики, Дагестанский государственный педагогический университет, Махачкала, Россия, matanaliz-dgpu@mail.ru

Гаджиагаев Шарафудин Сираджудинович, кандидат педагогических наук, доцент, кафедра высшей математики, Дагестанский государственный педагогический университет, Махачкала, Россия, sharafudin79@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Affiliations

Madrid A. Gadzhimuradov, Ph. D. (Physics and Mathematics), professor, chair of Higher Mathematics, Dagestan State Pedagogical University, Makhachkala, Russia, matanaliz-dgpu@mail.ru

Sharafudin S. Gadzhiagaev, Ph. D. (Pedagogy), associate professor, chair of Higher Mathematics, Dagestan State Pedagogical University, Makhachkala, Russia, sharafudin79@mail.ru

Принята в печать 05.05.2023

Received 05.05.2023

Педагогические науки / Pedagogical Science
Оригинальная статья / Original Article
УДК 378.14
DOI: 10.31161/1995-0659-2023-17-2-20-26

Развитие научного мышления у учащихся основной школы через решение определенных типов олимпиадных математических задач

© 2023 Калинова Ю. А.¹, Подходова Н. С.²

¹ГБОУ Лицей № 344,

Санкт-Петербург, Россия, kalinova.1974@list.ru

²Российский государственный педагогический университет им. А. И. Герцена, Санкт-Петербург, Россия, podhodova@gmail.com

РЕЗЮМЕ. Целью исследования является разработка электронного образовательного ресурса, направленного на развитие научного мышления учащихся основной школы посредством решения определенных типов олимпиадных математических задач. **Методы.** При разработке данного курса применялись задачный и индуктивный методы обучения, а также деятельностный и системный подходы в обучении. **Результаты.** Разработан курс с 5 по 9 классы, состоящий из цепочек взаимосвязанных задач, позволяющий обучаться самостоятельно. **Выводы.** Делается заключение о том, что средством развития научного мышления учащихся могут быть олимпиадные математические задачи, если использовать рассмотренную методику обучения.

Ключевые слова: научное мышление, олимпиадные математические задачи, обучение через задачи, цепочки взаимосвязанных задач, электронный образовательный ресурс

Формат цитирования: Калинова Ю. А., Подходова Н. С. Развитие научного мышления у учащихся основной школы через решение определенных типов олимпиадных математических задач // Известия Дагестанского государственного педагогического университета. Психолого-педагогические науки. 2023. Т. 17. № 2. С. 20–26. DOI: 10.31161/1995-0659-2023-17-2-20-26