

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Принадлежность к организации

Атаева Джамиля Зиявдиновна, кандидат педагогических наук, специалист учебно-методического отдела, Межрегиональный центр профессиональных компетенций, Махачкала, Россия; e-mail: Djama450@yandex.ru

Мугаджирова Аида Магомедсултановна, старший преподаватель, Колледж гражданской обороны и чрезвычайным ситуациям, Махачкала, Россия; e-mail: Aida7068@mail.ru

Исаева Марина Магомедовна, кандидат педагогических наук, старший преподаватель, кафедра безопасности жизнедеятельности, Дагестанский государственный педагогический университет; специалист по социальной работе, Республиканский наркологический диспансер, Махачкала, Россия; e-mail: mkuchaeva@gmail.com

Принята в печать 10.02.2023

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Affiliations

Jamilya Z. Atayeva, Ph. D. (Pedagogy), specialist of the educational and methodological Department, Interregional Center of Professional Competencies, Makhachkala, Russia; e-mail: Djama450@yandex.ru

Aida M. Mugajirova, senior lecturer, College of Civil Defense and Emergency Situations, Makhachkala, Russia; e-mail: Aida7068@mail.ru

Marina M. Isaeva, Ph. D. (Pedagogy), senior lecturer, the chair of Life Safety, Dagestan State Pedagogical University; specialist in social work, Republican Narcological Dispensary, Makhachkala, Russia; e-mail: mkuchaeva@gmail.com

Received 10.02.2023

Педагогические науки / Pedagogical Science
Оригинальная статья / Original Article
УДК 372.851
DOI: 10.31161/1995-0659-2023-17-1-29-34

Развитие критического мышления при обучении математике через контрпримеры

©2023 Гаджимурадов М. А.¹, Гаджиева З. Д.¹, Гаджимурадов Б. М.²

¹ Дагестанский государственный педагогический университет,
Махачкала, Россия; e-mail: algebra_2014@yandex.ru,
gadzhieva zulfyaa@mail.ru

² Пятигорский государственный лингвистический университет,
Пятигорск, Россия; e-mail: algebra_2014@yandex.ru

РЕЗЮМЕ. Цель – изучить возможность развития критического мышления учащихся при обучении математике через построение контрпримеров. **Методы.** Комбинированные аналитико-синтетические методы, математические методы обработки информации. **Результат.** Авторами подобраны типы задач и построены контрпримеры, способствующие формированию и развитию критического мышления учащихся. **Вывод.** Формирование умений построить контрпримеры, опровергающие утверждения или предложения является важной составляющей критического мышления учащихся.

Ключевые слова: критическое мышление, контрпримеры, правильный тетраэдр, зеркально-поворотное отображение.

Формат цитирования: Гаджимурадов М. А., Гаджиева З. Д., Гаджимурадов Б. М. Развитие критического мышления при обучении математике через контрпримеры // Известия Дагестанского государственного педагогического университета. Психолого-педагогические науки. 2023 Т. 17. № 1. С. 29-34. DOI: 10.31161/1995-0659-2023-17-1-29-34

Development of Critical Thinking in Teaching Mathematics Through Counterexamples

© 2023 Madrid A. Gadzhimuradov ¹, Zulfiya Dzh. Gadzhieva ¹,
Bakhtiyar M. Gadzhimuradov ².

¹ Dagestan State Pedagogical University,
Makhachkala, Russia; e-mail: algebra_2014@yandex.ru,
gadzhieva zulfiyaa@mail.ru

² Pyatigorsk State University,
Pyatigorsk Russia; e-mail: algebra_2014@yandex.ru

ABSTRACT. The aim is to study the possibility of developing students' critical thinking when teaching mathematics through the construction of counterexamples. **Methods.** Combined analytical and synthetic methods, mathematical methods of information processing. **Result.** The author has selected the types of tasks and constructed counterexamples that contribute to the formation and development of students' critical thinking. **Conclusion.** The formation of skills to construct counterexamples that refute statements or suggestions is an important component of students' critical thinking.

Keywords: critical thinking, counterexamples, correct tetrahedron, mirror-rotating mapping.

For citation: Gadzhimuradov M. A., Gadzhieva Z. Dzh., Gadzhimuradov B. M. Development of Critical Thinking in Teaching Mathematics Through Counterexamples. Dagestan State Pedagogical University. Journal. Psychological and Pedagogical Sciences. 2023. Vol. 17. No. 1. Pp.29-34. DOI: 10.31161/1995-0659-2023-17-1-29-34 (In Russian)

Введение

В процессе поиска истины рассматриваются различные варианты, осуществляется конвергентное и критическое мышление.

Конвергентное мышление характеризуется сведением вместе или синтезом информации и знаний, сосредоточением на решении проблемы. Часто связано с решением задач, особенно с проблемами, которые имеют только одно правильное решение [4].

Критическое мышление – когнитивная стратегия, которая состоит в значительной степени из непрерывной проверки и испытания возможных решений относительно того, как выполнить определенную работу. Критическое мышление часто связывают с творческим мышлением. Их различие заключается в том, что творчество связано новыми инсайтами и решениями, в то время как критическое мышление выполняет функции проверки имеющихся идей и решений на наличие недостатков или ошибок.

Умение находить примеры, иллюстрирующие понятия или доказывающие утверждение, либо контрпримеры, опровергающие предложения, являются важными компонентами критического мыш-

ления. Результат анализа, проводимого с помощью примеров или контрпримеров, не должен быть для учащихся заранее известным. В такой деятельности нет шаблонности и формализма.

Использованию в обучении примеров и контрпримеров посвящены работы многих отечественных методистов – математиков В. Г. Болтянского, В. М. Брадиса, А. Г. Мордковича, А. А. Столяра и зарубежных авторов: Л. Берса, Б. Гелбаума, Э. Э. Моиза, Ф. Л. Даунса и др. [3].

Цель и методы исследования

Рассмотрим один из методов эвристической деятельности обучающихся – формирование умений построения контрпримеров на уроках математики. Контрпримеры часто используются эффективно в тех случаях, когда учащиеся владеют несколькими методами решения задач, для опровержения неперспективных вариантов поиска. Деятельность обучающихся по построению контрпримеров следует формировать и развивать на различных типах задач по математике. Наибольший эффект контрпримеров достигается в тех случаях, когда формулируются два утверждения, в которых условие и заключение переставлены местами. Появление контрпримеров должно быть в естественной ситуации, т.

е. когда истинность утверждения неизвестна учащимся. Поэтому ученикам следует предлагать цикл задач на выдвижение гипотезы и ее доказательство или опровержение.

Исследование психологических основ деятельности обучающихся при построении контрпримеров показывает, что деятельность учащихся проходит пять фаз творческого решения: фаза выдвижения гипотезы; фаза собирания материала, накопления знаний; фаза инкубации, созревания; фаза озарения, инсайта; фаза доказательства справедливости построения контрпримера [4].

Формирование умения построения контрпримеров стимулирует склонность к рискованному поведению, стремление учащихся к принятию самостоятельного решения. Происходит тренировка в проектировании возможных гипотез, т. е. контрпример становится источником новых гипотез. Система действий на развитие умений составления контрпримеров должна предусматривать продуктивный метод обучения на простейших задачах. Важным условием развития творчества учащихся является совместная исследовательская деятельность с преподавателем. Она возможна в ситуации, когда решается задача, ответ на которую не знает ни учащийся, ни преподаватель. В этих условиях задача из учебной превращается в научную [4].

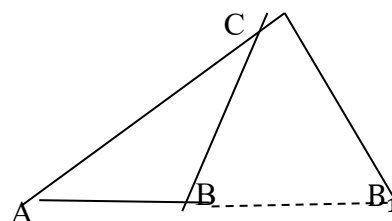
Следует отметить двойственный процесс мышления при построении контрпримеров. С одной стороны, предпринимаются попытки к доказательству сформулированного утверждения, а с другой стороны, разыскиваются примеры, опровергающие это утверждение. В большинстве случаев только сильные учащиеся, воспринимая этот процесс в целостности, находят правильное решение, т.к. продвигаясь в обоих направлениях можно найти правильное решение [1]. Невозможность доказать некоторый простой факт в построенной цепочке доказательства приводит к искомому контрпримеру.

Результаты и их обсуждение

Интересных контрпримеров, играющих познавательную и развивающую роль, не так уж много. Во-первых, это известные математические ошибки в доказательствах, и искусственно созданные авторами, чтобы привлечь внимание к области применения рассматриваемых операций, функций. Во-вторых, это фундамен-

тальные примеры, подчеркивающие, что теорема доказана для конкретного класса объектов.

В учебнике И. Ф. Шарыгина [7] изучается интересный и поучительный контрпример «равенства» треугольников по трем элементам, среди которых даны две стороны, т. е. по двум сторонам и углу, противолежащему одной из них.



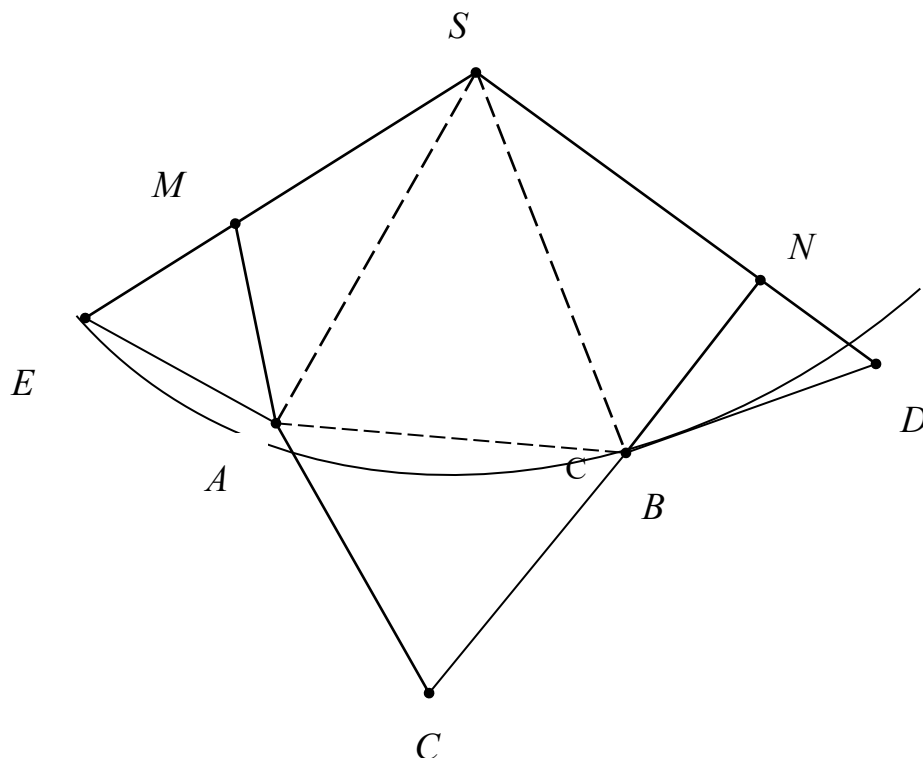
В треугольниках ACB , ACB_1 сторона AC является общей, стороны BC и B_1C равны, угол A является общим, но треугольники, вообще говоря, не равны.

Для учащихся следует показать анализ этого контрпримера. Во-первых, треугольник по двум сторонам и углу, противолежащему одной из этих сторон, не всегда можно построить или можно построить, но существует одно или два решения. Во-вторых, из теоремы синусов получаем уравнение для определения второго противоположного угла, которое либо не разрешимо, либо существует одно, два решения (имея в виду углы треугольника, меньше развернутого угла).

А существуют ли подобные контрпримеры для тетраэдра?

Задача. Основанием пирамиды $ABCS$ является правильный треугольник ABC . Плоские углы при вершине S пирамиды равны. Является ли пирамида правильной?

Два способа решения этой проблемы предложены в [6]. Ответ зависит от величины угла при вершине пирамиды. Рассмотрим самую простую идею решения этой проблемы. Проведем произвольную дугу окружности с центром S . На дуге отложим последовательно три равных произвольных дуги и построим равные хорды EA , AB , BD . Получим равносторонний треугольник ABC . Многоугольник $SEABCD$ является разверткой правильной пирамиды и удовлетворяет условию задачи. Точки E , C , D отождествляются при склеивании.



Если величина угла ASB меньше 60° , то существуют точки M, N такие, что $AM=AE=BN$. Многоугольник $SMACBN$ может определить и другую развертку неправильной пирамиды, у которой основание ABC равносторонний треугольник и углы при вершине S равны между собой. Точки M, C, N отождествляются при склеивании. Если величина угла при вершине пирамиды больше или равна 60° , то вторую развертку построить невозможно.

Следует отметить, что если вершина S правильной пирамиды приближается к основанию, то угол стремится к 120° . Поэтому существует естественное ограничение: $\alpha < 120^\circ$.

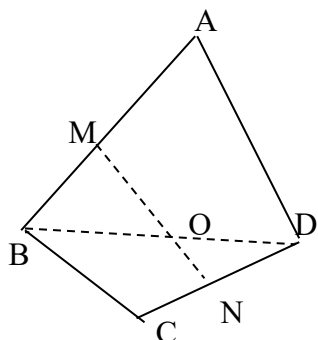
Формула Эйлера устанавливает связь в любом треугольнике между радиусом R описанной окружности, радиусом r вписанной окружности и расстоянием d между центрами этих окружностей. Обобщив этот результат для произвольного тетраэдра, французский математик Дюранд получил формулу $d^2 = (R + r)(R - 3r)$, где R и r — соответственно радиусы описанной и вписанной сфер, а d — расстояние между их центрами [5].

На Соросовской конференции учителей математики в Санкт-Петербурге в январе 1996 г. профессор М. Б. Балк заявил,

что формула Дюранда не выполняется [2]. Этот факт был доказан с помощью компьютера. После этого появляется естественное желание усовершенствовать формулу. Доказано следующее утверждение: для произвольного тетраэдра не существует никакой единой формулы вида $d = f(R, r)$, связывающей радиус описанной сферы, радиус вписанной сферы и расстояние между центрами этих сфер.

Следует отметить, что появление выражения $R - 3r$ в приведенной выше формуле является естественным. Действительно, в правильном тетраэдре отрезки, соединяющие вершины тетраэдра с центрами противоположных граней, пересекаются в одной точке, в центре правильного тетраэдра. Центр правильного тетраэдра делит эти отрезки в отношении $3:1$, считая от вершины. Центр тетраэдра является центром описанной и вписанной сфер, а $d = 0$, $R - 3r = 0$ и формула справедлива в этом случае.

Построим контрпример для этой формулы. Рассмотрим тетраэдр $ABCD$, в котором AB и CD — два равных отрезка на двух перпендикулярных скрещивающихся прямых [6].



Пусть M и N соответственно середины отрезков AB и CD, MN – общий перпендикуляр AB и CD, $MN = 2b$, $AB = 2a$, O – середина отрезка MN.

Рассмотрим зеркальный поворот f тетраэдра, состоящий из поворота вокруг прямой MN на 90° и симметрии относительно плоскости, проходящей через точку O и перпендикулярной к прямой MN. Отображения f, f^2, f^3, f^4 оставляют точку O на месте, точку A переводят последовательно в точки D, B, C, A, а грань ABD последовательно в другие грани тетраэдра.

Преобразованный тетраэдр можно назвать зеркально-поворотным, так как он совмещается с собой при этих отображениях. Отсюда следует, что точка O равноудалена от вершин тетраэдра и от граней тетраэдра, т. е. она является центром описанной и вписанной сфер. Радиус описанной сферы равен $R = \sqrt{a^2 + b^2}$. Радиус вписанной сферы равен $r = \frac{ab}{\sqrt{a^2 + 4b^2}}$. Величина $R - 3r$ для зеркально-поворотного тетраэдра тогда и только тогда обращается в нуль, когда $a = 2b$, т. е. для правильного тетраэдра.

Отметим, что если значение a фиксировано для зеркально-поворотного тетраэдра, а значение b неограниченно возрастает, т. е. $b \rightarrow \infty$ и указанная формула не выполняется.

Выводы

Систему действий на развитие умений составлять контрпримеры необходимо сформировать на простейших задачах и эти действия являются важным компонентом критического мышления.

Литература

1. Гаджимурадов М. А., Абасов Ш. М., Элипханов А. В. Формирование умений, лежащих в основе критического мышления, в условиях реализации системно-деятельностного подхода к образованию. Балтийский гуманитарный журнал. Е. 6. № 1 (18). 2017. С. 86-89.
2. Балк М. Б., Болтянский В. Г. Геометрия масс. М.: Наука, 1987. 160 с.
3. Брадис В. М., Минковский В. Л., Харчева А. К. Ошибки в математических рассуждениях. М.: Просвещение, 1962. 192 с.

4. Курдюмова Н. А. Методические функции примеров и контрпримеров в обучении математике: автореф. дисс. на соиск. уч. степ. канд. пед. наук. М.:1990.

5. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. М.: Наука, 1975. 464 с.

6. Совертков П. И. Обсуждаем проблему Дюранда // Математика в школе. 1998. № 3. С. 84-86.

7. Шарыгин И. Ф. Геометрия 7-9 классы. М.: Дрофа, 1998. 464 с.

References

1. Gadzhimuradov M. A., Abasov Sh. M., Elipkhanov A. V. *Formirovanie umenij, lezhashchih v osnove kriticheskogo myshleniya, v usloviyah realizacii sistemno-deyatelnostnogo podhoda k obrazovaniyu* [Formation of skills underlying critical thinking in the context of the implementation of a system-activity approach to education]. Baltic Humanitarian Journal, E. 6. No. 1 (18). 2017. Pp. 86-89. (In Russian)
2. Balk M. B., Boltiansky V. G. *Geometriya mass* [Geometry of masses]. Moscow: Nauka Publ., 1987. 160 p. (In Russian)
3. Bradis V. M., Minkovsky V. L., Kharcheva A.K. *Oshibki v matematicheskikh rassuzhdeniyah* [Errors in mathematical reasoning]. Moscow: Prosveshchenie Publ., 1962. 192 p. (In Russian)

4. Kurdyumova N. A. *Metodicheskie funkcii primerov i kontrprimerov v obuchenii matematike* [Methodological functions of examples and counterexamples in teaching mathematics: Author's abstract of Ph. D. (Pedagogy)]. Moscow:1990. (In Russian)

5. Poya D. *Matematika i pravdopodobnye rassuzhdeniya* [Mathematics and plausible Reasoning]. Moscow: Nauka Publ., 1975. 464 p. (In Russian)

6. Sovertkov P. I. *Matematika v shkole* [Math at school]. Discussing the Durand problem. 1998. No. 3. Pp. 84-86. (In Russian)

7. Sharygin I. F. *Geometriya 7-9 klassy* [Geometry 7-9 classes]. Moscow: Bustard Publ., 1998. 464 p. (In Russian)

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Принадлежность к организации

Гаджимурадов Мадрид Абдуллаевич, кандидат физико-математических наук, профессор, кафедра высшей математики, Дагестанский государственный педагогический университет (ДГПУ), Махачкала, Россия; e-mail: algebr2014@yandex.ru

Гаджиева Зульфия Джамалдиновна, кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра высшей математики, ДГПУ, Махачкала, Россия; e-mail: gadzhieva.zulfiyaa@mail.ru

Гаджимурадов Бахтияр Мадридович, кандидат экономических наук, доцент, кафедра информационно-коммуникационных технологий, математики и информационной безопасности, Пятигорский государственный университет, Пятигорск, Россия; e-mail: algebra_2014@yandex.ru

Принята в печать 20.01.2023

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Affiliations

Madrid A. Gadzhimuradov, Ph. D. (Physical and Mathematical Sciences), Professor, the chair of Higher Mathematics, Dagestan State Pedagogical University (DSPU), Makhachkala, Russia; e-mail: algebra_2014@yandex.ru

Zulfiya Dzh. Gadzhieva, Ph. D. (Physical and Mathematical Sciences), associate professor, the chair of Higher Mathematics, DSPU, Makhachkala, Russia; e-mail: gadzhieva.zulfiyaa@mail.ru

Bakhtiyar M. Gadzhimuradov, Ph. D. (Economic Sciences), associate professor, the chair of Information and Communication Technologies, Mathematics and Information Security, Pyatigorsk State University, Pyatigorsk, Russia; e-mail: algebra_2014@yandex.ru

Received 20.01.2023

Педагогические науки / Pedagogical Science

Оригинальная статья / Original Article

УДК 37

DOI: 10.31161/1995-0659-2023-17-1-34-40

О необходимости курса интеграционного менеджмента в образовательном процессе в теологическом вузе

© 2023 **Гамидумаев Б. Н.^{1, 2}, Гамидумаев Р. Б.³**

¹ Дагестанский гуманитарный институт, Махачкала, Россия; e-mail: bukar85@mail.ru

² Дагестанский государственный университет, Махачкала, Россия; e-mail: bukar85@mail.ru

³ Дагестанский государственный технический университет, Махачкала, Россия; bukar_85@mail.ru

РЕЗЮМЕ. Цель исследования – обосновать необходимость внедрения в теологический образовательный процесс курса интеграционного исламского менеджмента, ориентированного на повышение уровня знаний и умений обучающихся исламских вузов по управлению исламскими объектами. **Методы:** анализ, обобщение, наблюдение. **Результат.** Данный образовательный курс направлен на овладение новыми управленческими знаниями, которые ранее не имели места в практике преподавания. Авторы статьи обосновывают необходимость изучения «исламского менеджмента» в современных условиях как возможности ускорения, совершенствования и эффективного управления системами и объектами исламской многосторонней экономики. Авторы также формулируют и представляют понятийный аппарат светского и исламского управления, а также предлагают некоторые рекомендации по эффективной реализации данного курса в исламских университетах. **Вывод.** В соответствии с национальными интересами Российское государство, помимо подготовки современных управленцев через